

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Академия повышения квалификации и профессиональной  
переподготовки работников образования

# **XXIII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии**

Заключительный этап  
г. Саранск, 21-27 марта 2016 г.

---

## **Практический тур**



# IX.1 ЗВЕЗДЫ У ЭКЛИПТИКИ

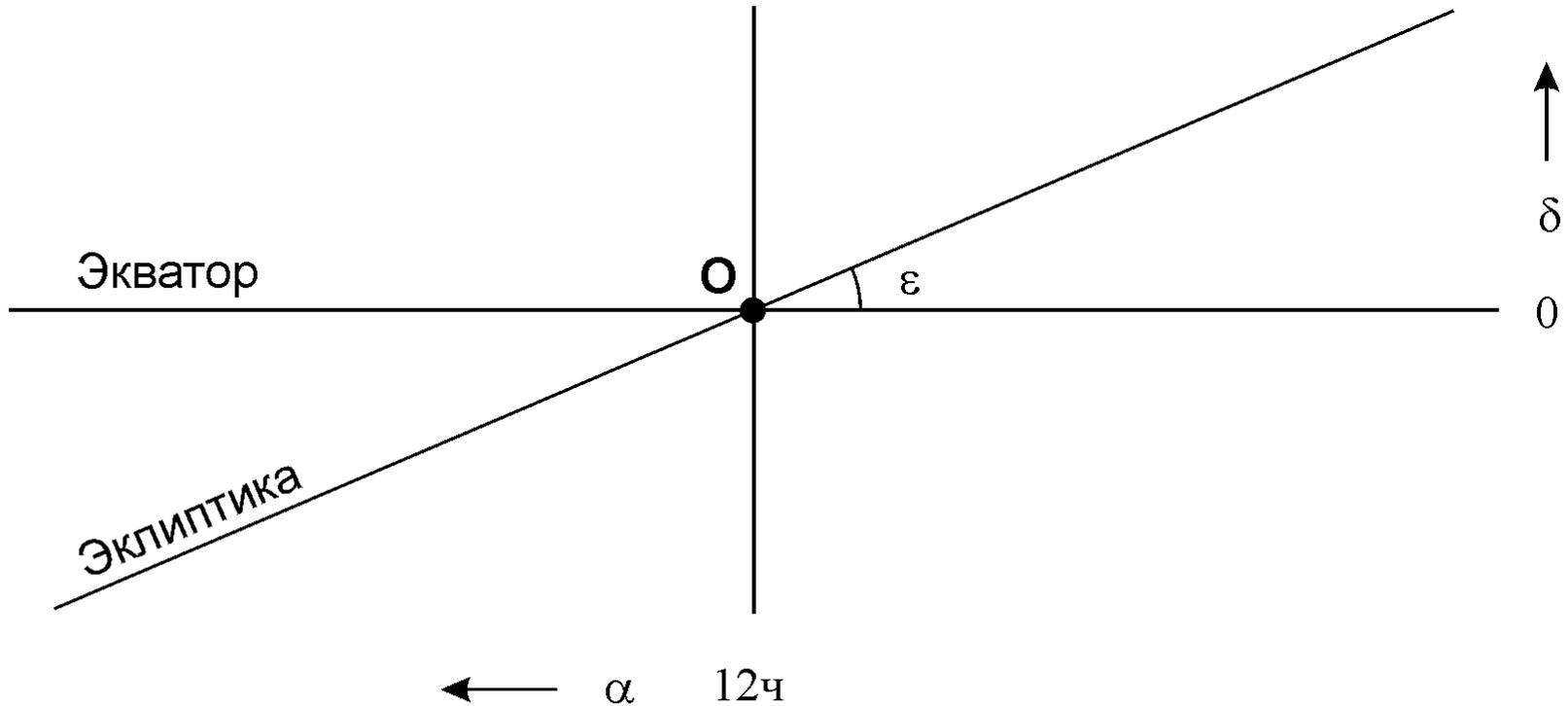
В таблице приведены обозначения, координаты и звездные величины некоторых звезд ярче 4.5<sup>m</sup> неподалеку от точки осеннего равноденствия. Укажите шесть самых близких к эклиптике из приведенных в таблице звезд.

Название	Пр. восх.		Склонение		Зв.вел.
	ч	м	°	'	
ρ Льва	10	32.8	+	09 18	3.85
φ Льва	11	16.7	-	03 39	4.47
σ Льва	11	21.1	+	06 02	4.05
ι Льва	11	23.9	+	10 32	3.94
υ Льва	11	36.9	-	00 49	4.30
ν Девы	11	45.9	+	06 32	4.03
β Девы	11	50.7	+	01 46	3.61
ο Девы	12	05.2	+	08 44	4.12
η Девы	12	19.9	-	00 40	3.89
γ Девы	12	41.7	-	01 27	2.91
δ Девы	12	55.6	+	03 24	3.38
ε Девы	13	02.2	+	10 58	2.83
θ Девы	13	10.0	-	05 32	4.38
α Девы	13	25.2	-	11 10	0.98



## IX.1

## ЗВЕЗДЫ У ЭКЛИПТИКИ



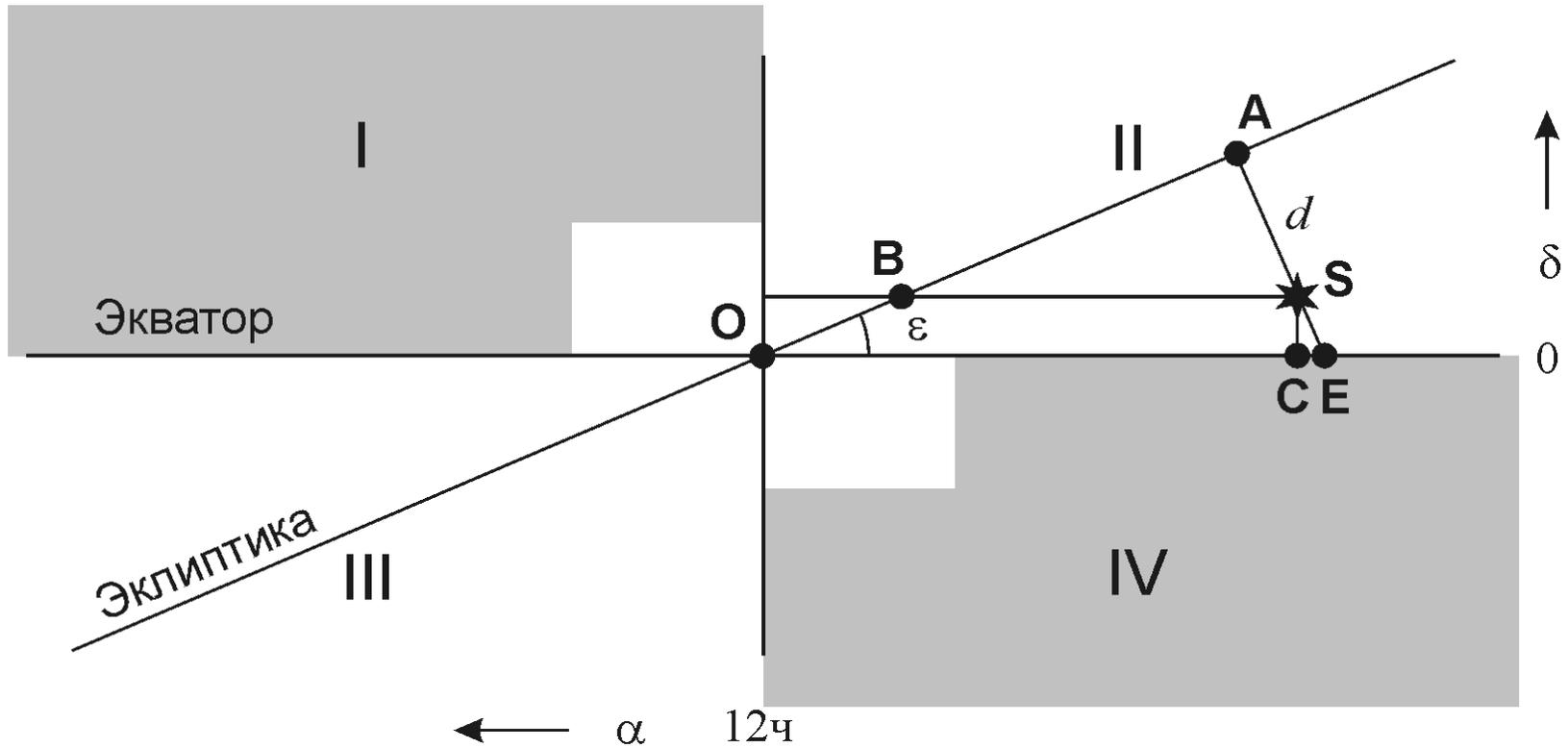
$$\delta = -15^\circ/\text{ч} \cdot (\alpha - 12\text{ч}) \operatorname{tg} \varepsilon = -15^\circ/\text{ч} \cdot (\alpha - 12\text{ч}) \cdot 0.433.$$





# IX.1

## ЗВЕЗДЫ У ЭКЛИПТИКИ



Модуль эклиптической широты:  $b = |15^\circ/\text{ч} \cdot (12\text{ч} - \alpha) \sin \varepsilon - \delta \cos \varepsilon|$ .



## IX.1

## ЗВЕЗДЫ У ЭКЛИПТИКИ

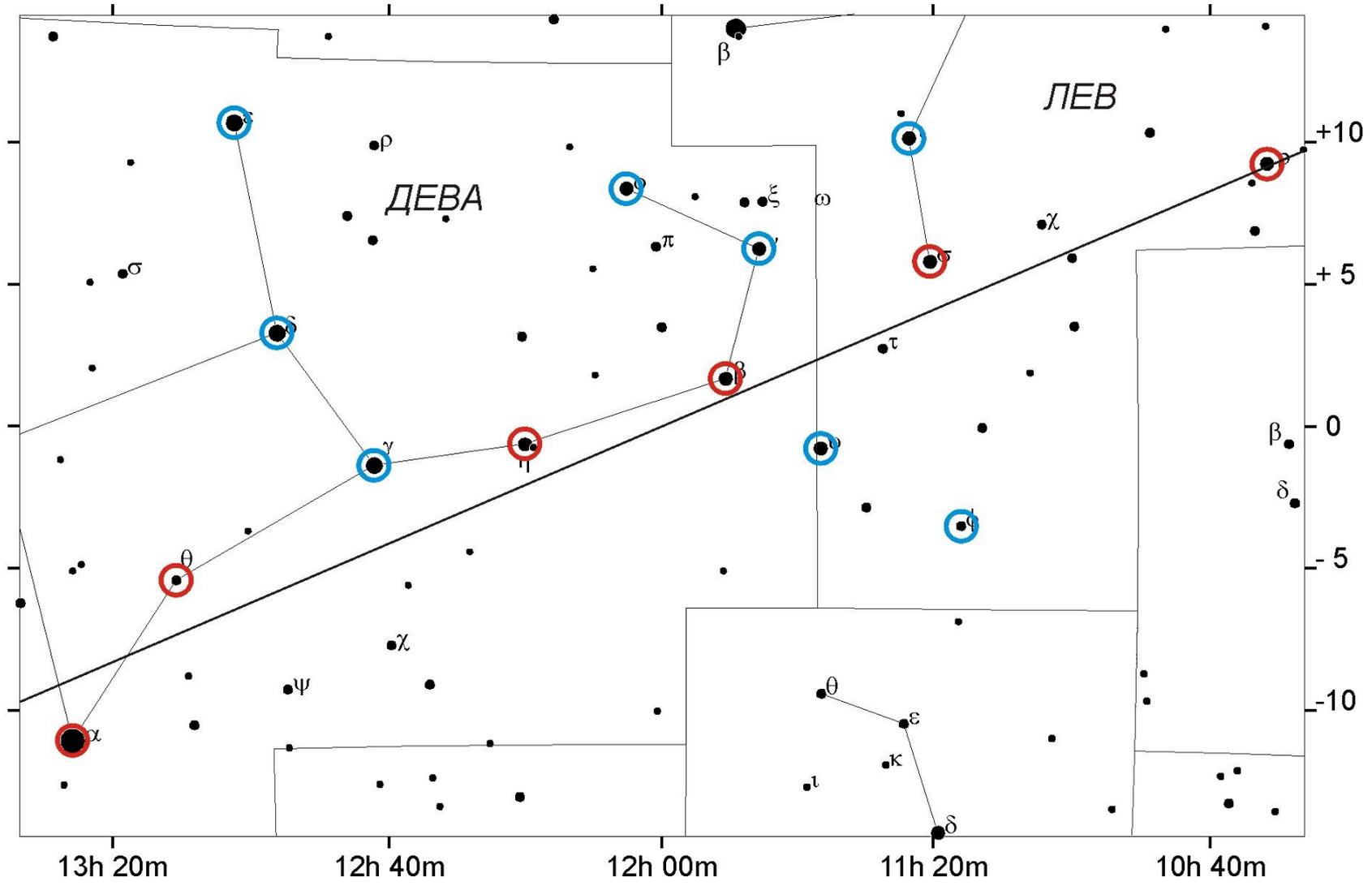
Название	Пр. восх.		Склонение			Зв. вел.	b
	ч	м		°	'		
$\rho$ Льва	<b>10</b>	<b>32.8</b>	+	<b>09</b>	<b>18</b>	<b>3.85</b>	<b>0.12</b>
$\phi$ Льва	11	16.7	–	03	39	4.47	
$\sigma$ Льва	<b>11</b>	<b>21.1</b>	+	<b>06</b>	<b>02</b>	<b>4.05</b>	<b>1.68</b>
$\iota$ Льва	11	23.9	+	10	32	3.94	6.09
$\upsilon$ Льва	11	36.9	–	00	49	4.30	3.04
$\nu$ Девы	11	45.9	+	06	32	4.03	4.60
$\beta$ Девы	<b>11</b>	<b>50.7</b>	+	<b>01</b>	<b>46</b>	<b>3.61</b>	<b>0.70</b>
$\omicron$ Девы	12	05.2	+	08	44	4.12	
$\eta$ Девы	<b>12</b>	<b>19.9</b>	–	<b>00</b>	<b>40</b>	<b>3.89</b>	<b>1.36</b>
$\gamma$ Девы	12	41.7	–	01	27	2.91	2.81
$\delta$ Девы	12	55.6	+	03	24	3.38	
$\varepsilon$ Девы	13	02.2	+	10	58	2.83	
$\theta$ Девы	<b>13</b>	<b>10.0</b>	–	<b>05</b>	<b>32</b>	<b>4.38</b>	<b>1.87</b>
$\alpha$ Девы	<b>13</b>	<b>25.2</b>	–	<b>11</b>	<b>10</b>	<b>0.98</b>	<b>1.79</b>

Модуль эклиптической широты:  $b = |15^\circ/\text{ч} \cdot (12\text{ч} - \alpha) \sin \varepsilon - \delta \cos \varepsilon|$ .



# IX.1

## ЗВЕЗДЫ У ЭКЛИПТИКИ





# IX.1 ЗВЕЗДЫ У ЭКЛИПТИКИ

Система оценивания:

Правильность соотношений / построений		12
Вычисление экл. широты (для нужных звезд)		8
Выбор 6 звезд		4
- ошибка в 1-2 звезды	2	
<hr/>		
ИТОГО		24



# IX.2

## СЕРЕБРИСТЫЕ ОБЛАКА

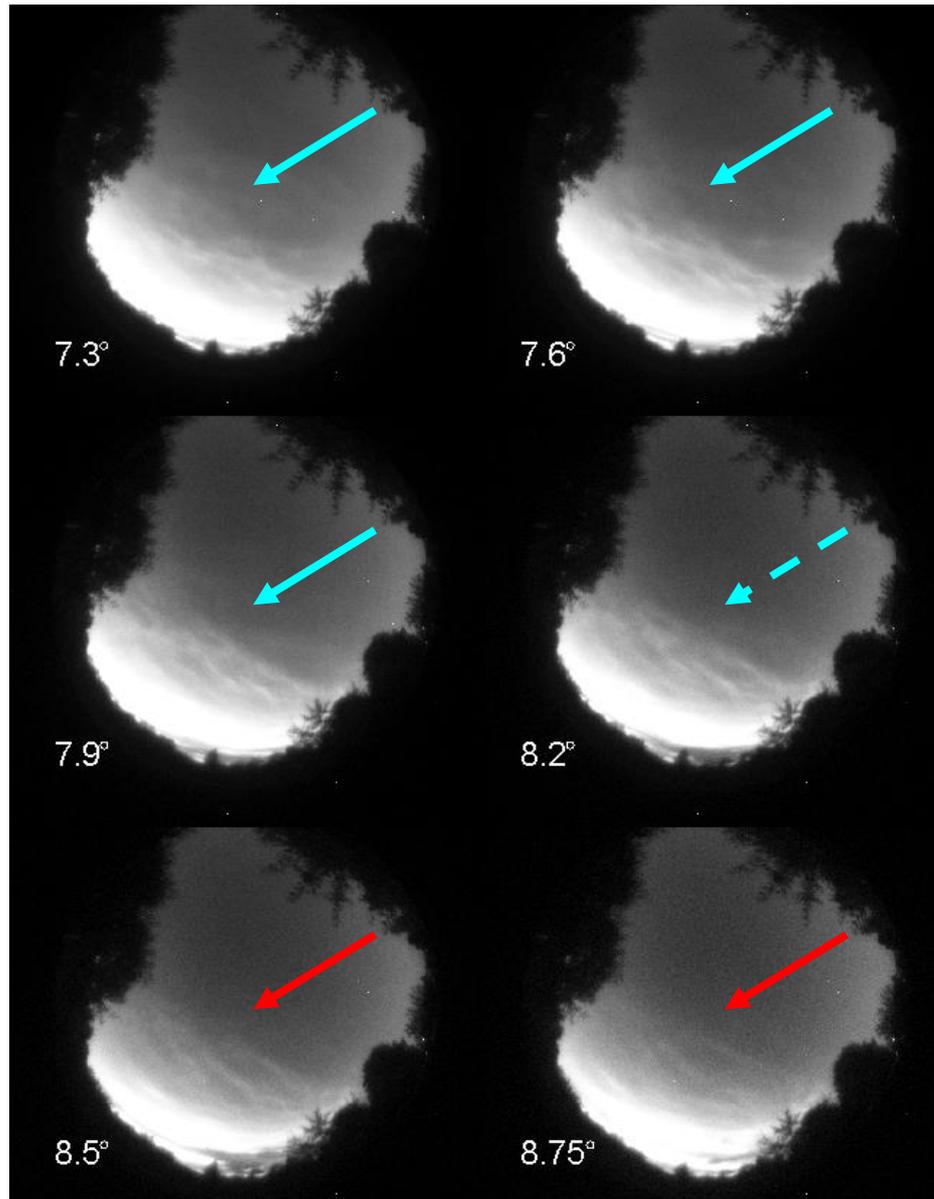
Вам предложены 6 фотографий, полученных в Подмосковье (широта  $+55^\circ$ ) с помощью объектива "рыбий глаз" (поле зрения чуть менее  $180^\circ$ ) вечером 5 июля 2015 года, в период появления аномально ярких серебристых облаков, занявших большую часть неба. Для каждой фотографии указана величина погружения Солнца под горизонт в градусах. Определите высоту серебристых облаков (в км) над поверхностью Земли. Атмосферной рефракцией и поглощением света пренебречь.

# IX.2

## СЕРЕБРИСТЫЕ ОБЛАКА



Зенит:  
 $\gamma = 8.3^\circ$





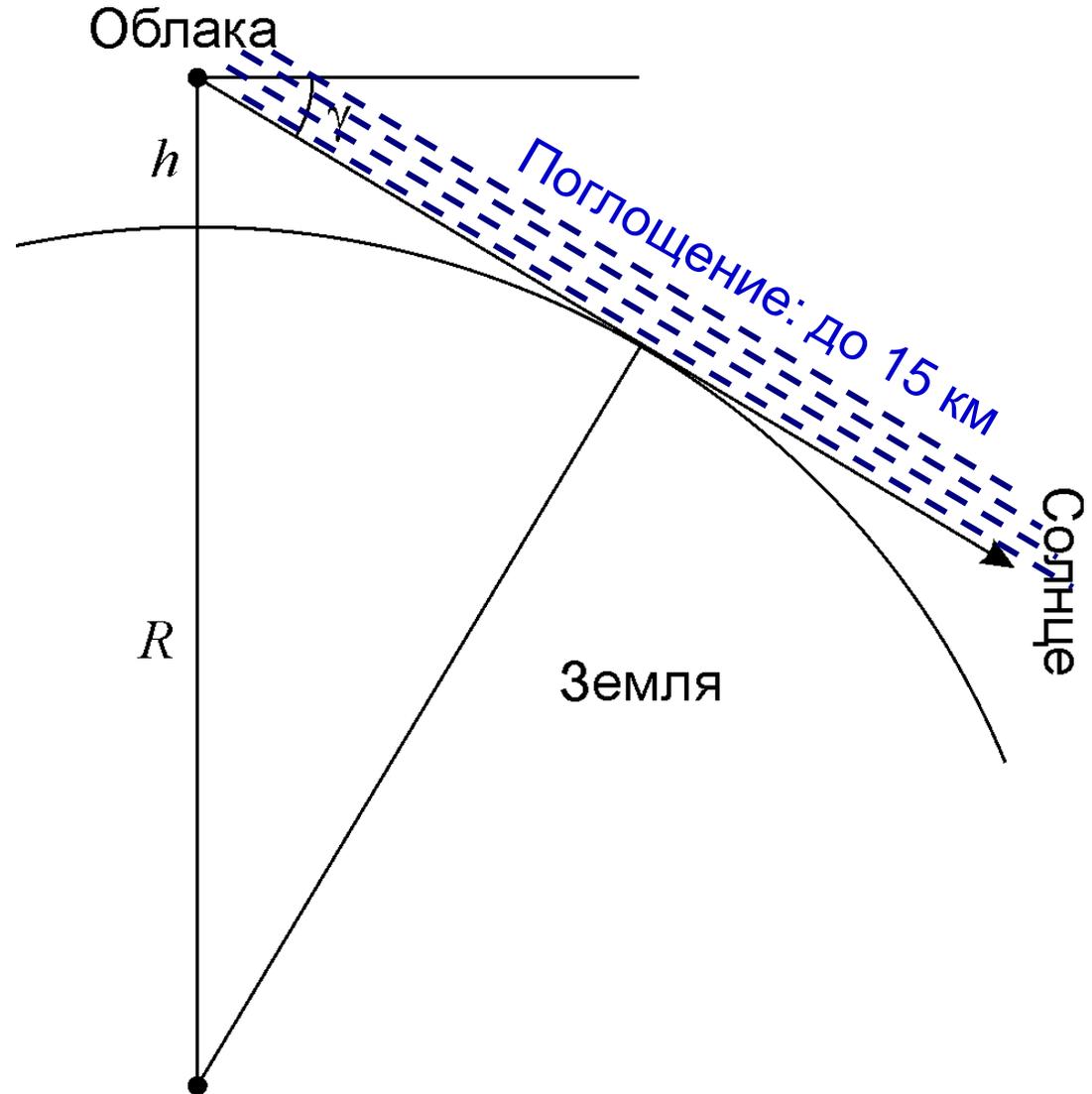
# IX.2

## СЕРЕБРИСТЫЕ ОБЛАКА

Высота:

$$h = R \cdot \left( \frac{1}{\cos \gamma} - 1 \right) \approx \frac{R\gamma^2}{2}.$$

$h = 67 \text{ км}$





# IX.2 СЕРЕБРИСТЫЕ ОБЛАКА

Система оценивания:

Исчезновение облаков – вход в тень	10
Величина погружения Солнца под горизонт	6
Вычисление высоты облаков	8

---

ИТОГО	24
-------	----

Указание причины несоответствия  
(на усмотрение члена жюри!)

+2

80-85 км без обоснования

$\leq 6$



# IX.3

## МАРСИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Разработайте календарь для нужд будущих жителей Марса. Предложите простой и эффективный календарь, в котором необходимо вставлять один или несколько високосных лет за фиксированный короткий период (не более 16 марсианских лет). Оцените, за какое время в таком календаре будет накапливаться ошибка в 1 день. Предложите более точный календарь, в котором ошибка в 1 день накапливается более 1000 лет, а сам календарный цикл, т.е. количество лет, по прошествии которых последовательность вставки високосных годов полностью повторяется, не больше, чем у современного григорианского календаря на Земле. Тропический год на Марсе длится 686.9717 земных суток, период осевого вращения Марса 24.6229 часа.



Период осевого вращения Марса 24.6229 часа.



Звездные сутки – 24.6229 часа.



Солнечные сутки (сол) – ???

$$\text{Сол} \rightarrow \frac{1}{S} = \frac{1}{S_0} - \frac{1}{T_0} \leftarrow \text{Звездный год}$$

Звездные сутки



Период осевого вращения Марса 24.6229 часа.



Звездные сутки – 24.6229 часа.



Солнечные сутки (сол) – 24.6598 часа

$$\text{Сол} \rightarrow \frac{1}{S} = \frac{1}{S_0} - \frac{1}{T_0} \leftarrow \text{Звездный год}$$

Звездные сутки

Тропический год:  $T = 668.5928$  сол



## IX.3

## МАРСИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Как сделать календарь?

Обычный год:  $K$  дней

Високосный год:  $K+1$  день

Обычных лет:  $n_o$

Високосных лет:  $n_B$

$$\text{Календарный год: } \frac{Kn_o + (K+1)n_B}{n_o + n_B} = K + \frac{n_B}{n_B + n_o} = K + \frac{n_B}{N}$$

Ошибка в 1 день набегаает за  $\frac{1}{T - K - \frac{n_B}{N}}$  лет

Примеры:

Юлианский календарь:  $n_B = 1, N = 4$

Лишний день за 128 лет

Григорианский календарь:  $n_B = 97, N = 400$

Лишний день за 3200 лет



## Простые календари

$$0.5928 \approx \frac{1}{2} = 0.5$$

Ошибка: 1 день за 11 лет

~~$$\frac{1}{2} + \frac{1}{11} = \frac{13}{22} \approx 0.591$$~~

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0.6$$

139 лет

$$0.5928 \approx \frac{2}{3} = 0.66(6)$$

Ошибка: 1 день за 14 лет

~~$$\frac{2}{3} - \frac{1}{14} = \frac{25}{42} \approx 0.595$$~~

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$0.5928 \approx \frac{7}{12} = 0.58(3)$$

Ошибка: 1 день за 106 лет



## IX.3

## МАРСИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

## Точные календари

~~$$\frac{3}{5} - \frac{1}{139} = \frac{412}{695}$$~~

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{140} = \frac{83}{140}$$

Ошибка: 1 день за 9300 лет

$$0.5928 = \frac{5928}{10000} \approx \frac{592}{1000} = \frac{74}{125}$$

Ошибка: 1 день за 1300 лет



# IX.3

## МАРСИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Система оценивания:

Продолжительность солнечных суток (солов)	4
Продолжительность тропического года в солах	4
Простые календари	
Ошибка более 1 сол /100 лет	2+2
Ошибка менее 1 сол / 100 лет	4+4
Точный календарь	4+4
<hr/>	
ИТОГО	24
Если нет первых двух пунктов, используются звездные сутки	$\leq 8$



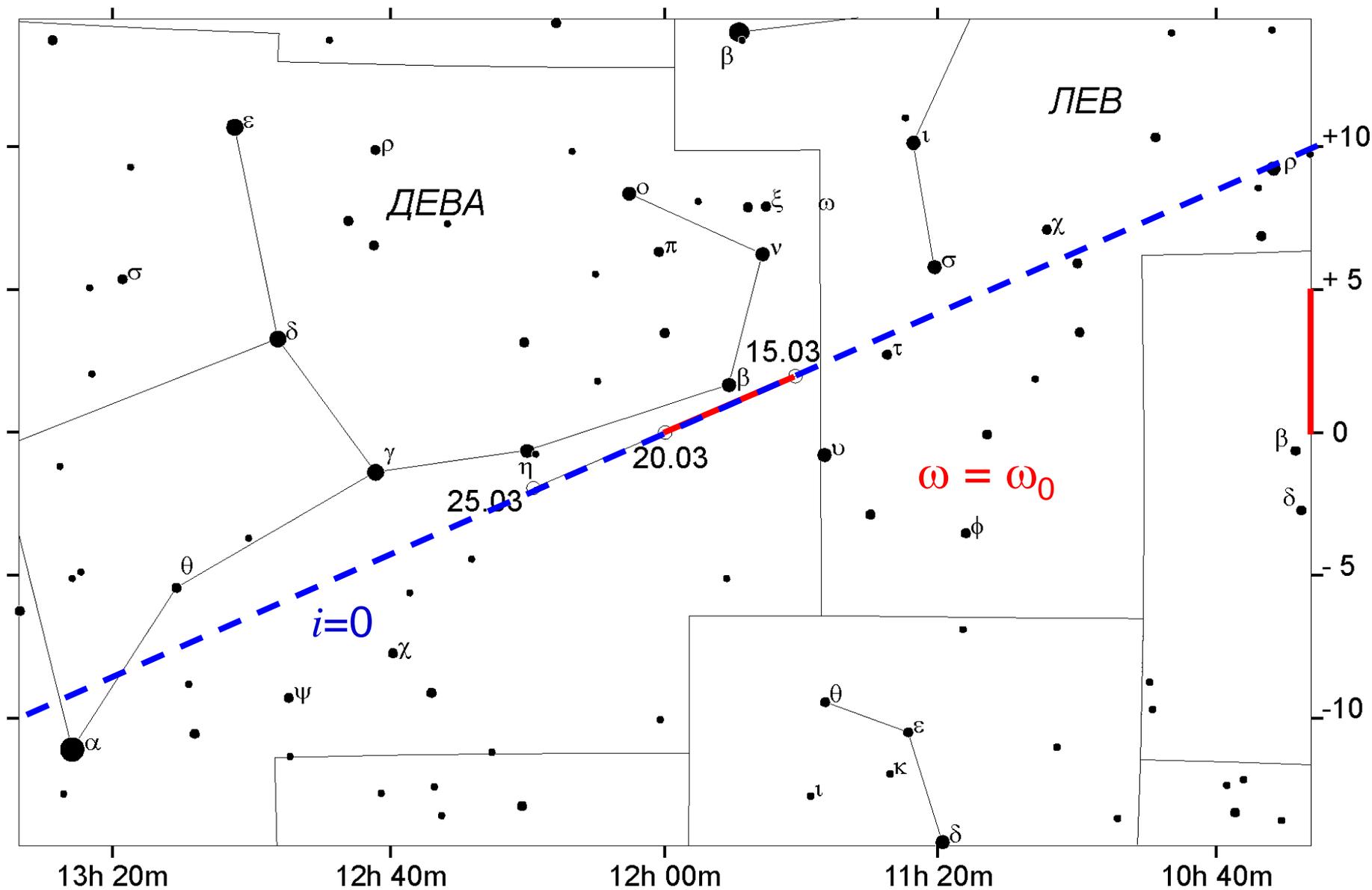
# X.1

## ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

Вам представлена карта участка звездного неба, на которую нанесен трек кометы. Известно, что орбита кометы параболическая, и 20 марта она прошла точку перигелия. Определите расстояние между Землей и кометой в момент ее перигелия. Орбиту Земли считать круговой.

# X.1

## ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА





# X.1

## ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

Геоцентрическая скорость кометы:  $\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ .

Угловая скорость:  $\omega_0 = \frac{u}{d} = \frac{v_0}{r_0} \longrightarrow u = v_0 \frac{d}{r_0}$ .

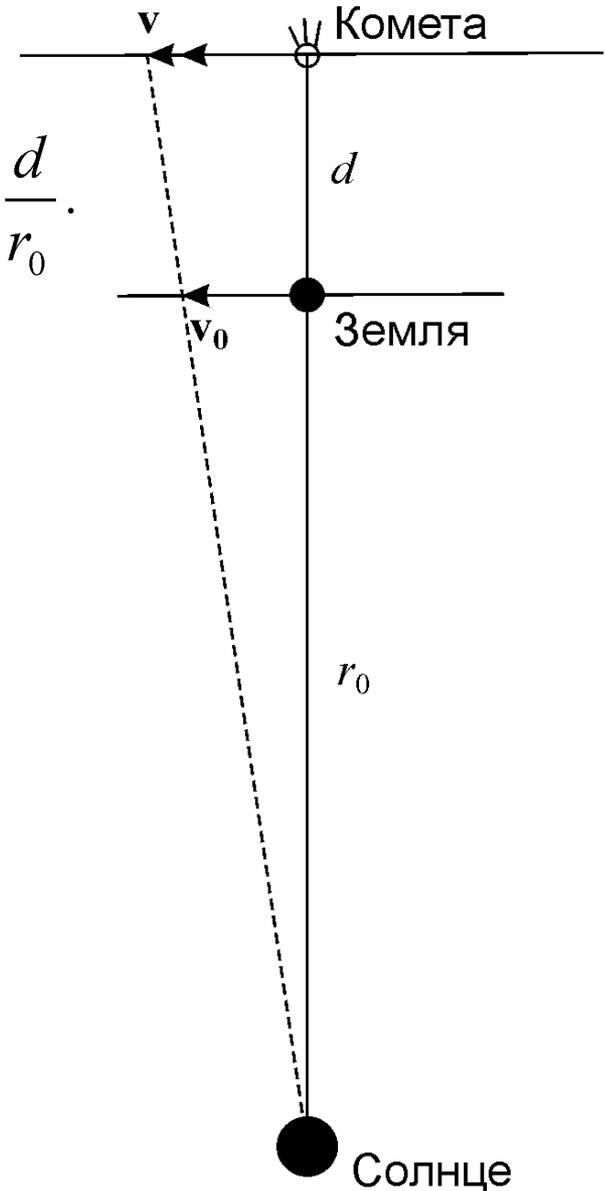
Гелиоцентрическая скорость кометы:

$$v = u + v_0 = v_0 \left(1 + \frac{d}{r_0}\right). \quad v = v_0 \sqrt{\frac{2r_0}{r_0 + d}}.$$

$$\left(\frac{r_0 + d}{r_0}\right)^2 = \frac{2r_0}{r_0 + d}; \quad \left(\frac{r_0 + d}{r_0}\right)^3 = 2.$$

Расстояние кометы от Земли:

$$d = r_0 (\sqrt[3]{2} - 1) = 0.26 \text{ а.е.}$$





# X.1 ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

Система оценивания:

Комета в противостоянии с Солнцем	4
Оценка угловой скорости	6
Вычисление расстояния	14
<hr/>	
ИТОГО	24
Линейные скорости кометы и Земли совпадают, расстояние равно 1 а.е.	$\leq 12$

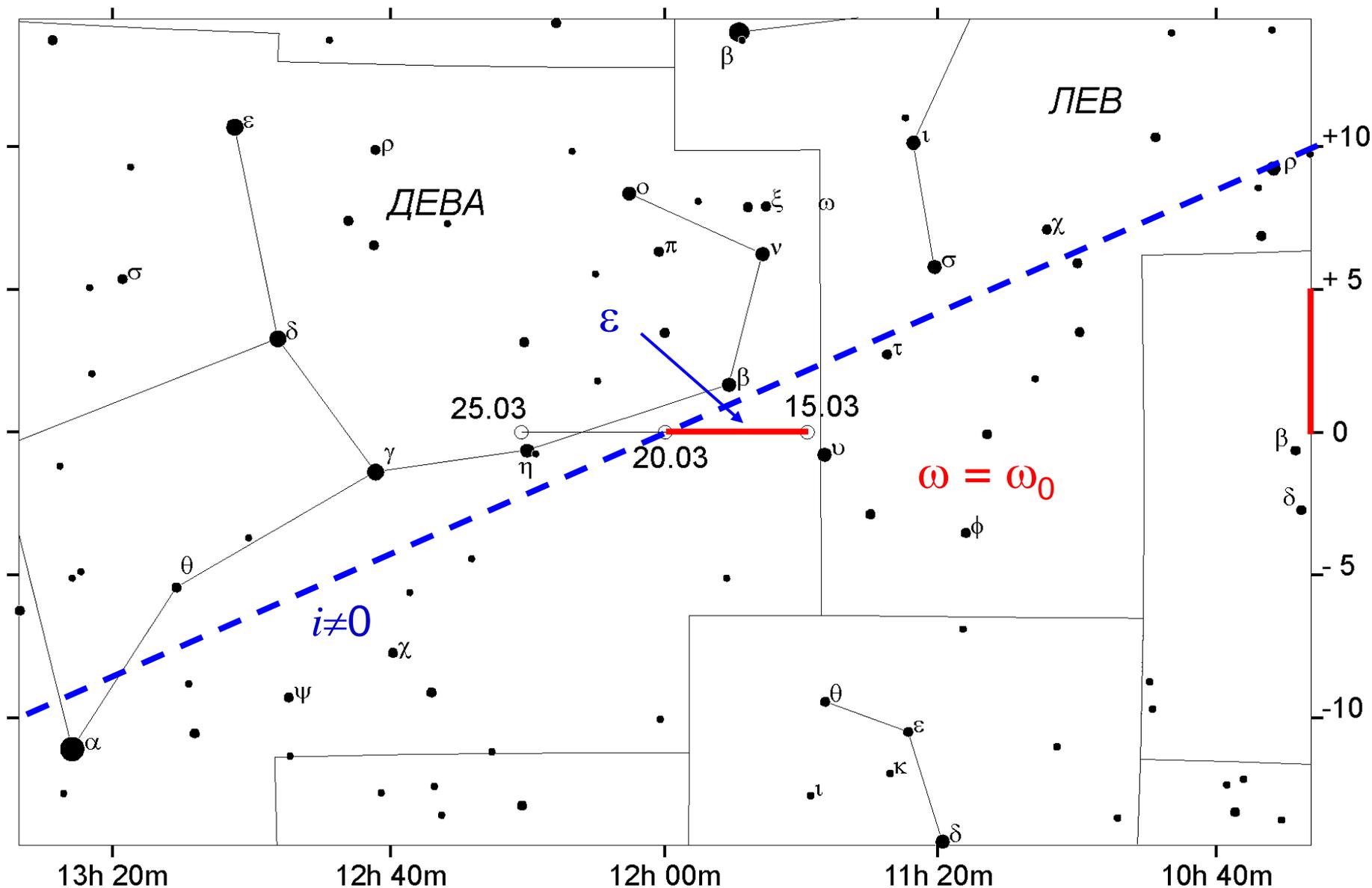


# XI.1 ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

Вам представлена карта участка звездного неба, на которую нанесен трек кометы. Известно, что орбита кометы параболическая, и 20 марта она прошла точку перигелия. Определите угол наклона орбиты кометы к плоскости эклиптики и расстояние между Землей и кометой в момент ее перигелия. Орбиту Земли считать круговой.

# XI.1

## ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА





# XI.1

## ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

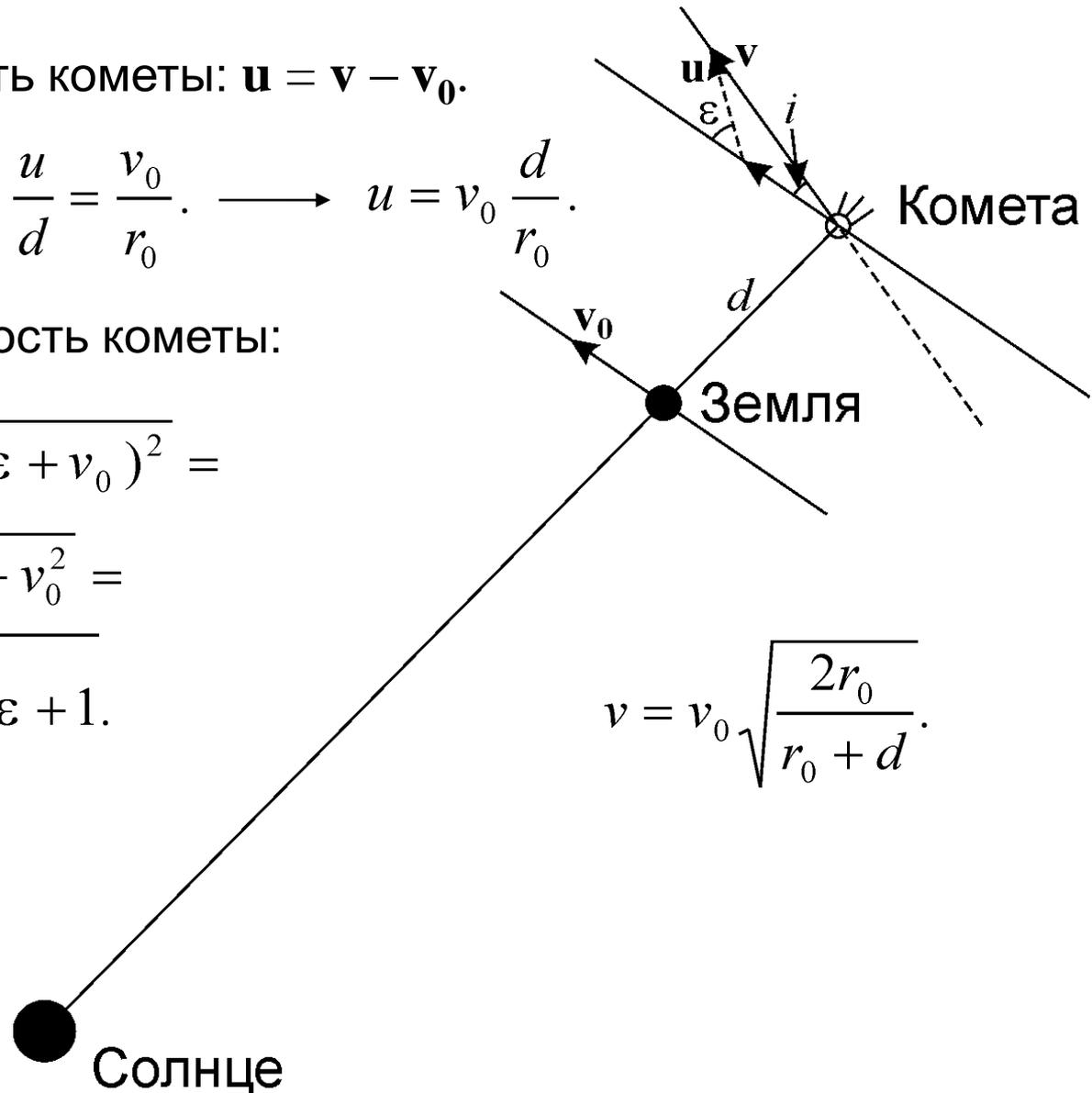
Геоцентрическая скорость кометы:  $\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ .

Угловая скорость:  $\omega_0 = \frac{u}{d} = \frac{v_0}{r_0} \rightarrow u = v_0 \frac{d}{r_0}$ .

Гелиоцентрическая скорость кометы:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{(u \sin \varepsilon)^2 + (u \cos \varepsilon + v_0)^2} = \\ &= \sqrt{u^2 + 2v_0 u \cos \varepsilon + v_0^2} = \\ &= v_0 \sqrt{\frac{d^2}{r_0^2} + 2 \frac{d}{r_0} \cos \varepsilon + 1}. \end{aligned}$$

$$v = v_0 \sqrt{\frac{2r_0}{r_0 + d}}.$$





# XI.1

## ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

$$\frac{d^2}{r_0^2} + 2\frac{d}{r_0}\cos\varepsilon + 1 = \frac{2r_0}{r_0 + d}. \quad x \equiv d/r_0 \longrightarrow (x+1)^2 - 2x(1-\cos\varepsilon) = \frac{2}{1+x};$$

$$(x+1)^3 = 2 + 2x(x+1)(1-\cos\varepsilon). \longrightarrow (x_0+1)^3 = 2; \quad x_0 = \sqrt[3]{2} - 1 = 0.260.$$

$$x = x_0 + \delta x; \quad (x+1)^3 \approx (x_0+1)^3 + 3(x_0+1)^2\delta x = \\ = 2 + 2(x_0 + \delta x)(x_0 + \delta x + 1)(1 - \cos\varepsilon).$$

$$\cancel{\delta x^2}, \cancel{\delta x(1-\cos\varepsilon)} \longrightarrow 3(x_0+1)^2\delta x = 2(1-\cos\varepsilon)x_0(x_0+1).$$

$$\delta x = \frac{2(1-\cos\varepsilon)x_0}{3(x_0+1)};$$

$$x = \sqrt[3]{2} - 1 + \frac{2(1-\cos\varepsilon)(\sqrt[3]{2} - 1)}{3 \cdot \sqrt[3]{2}} = 0.271.$$

Точное значение:  $x=0.272$ .



# XI.1

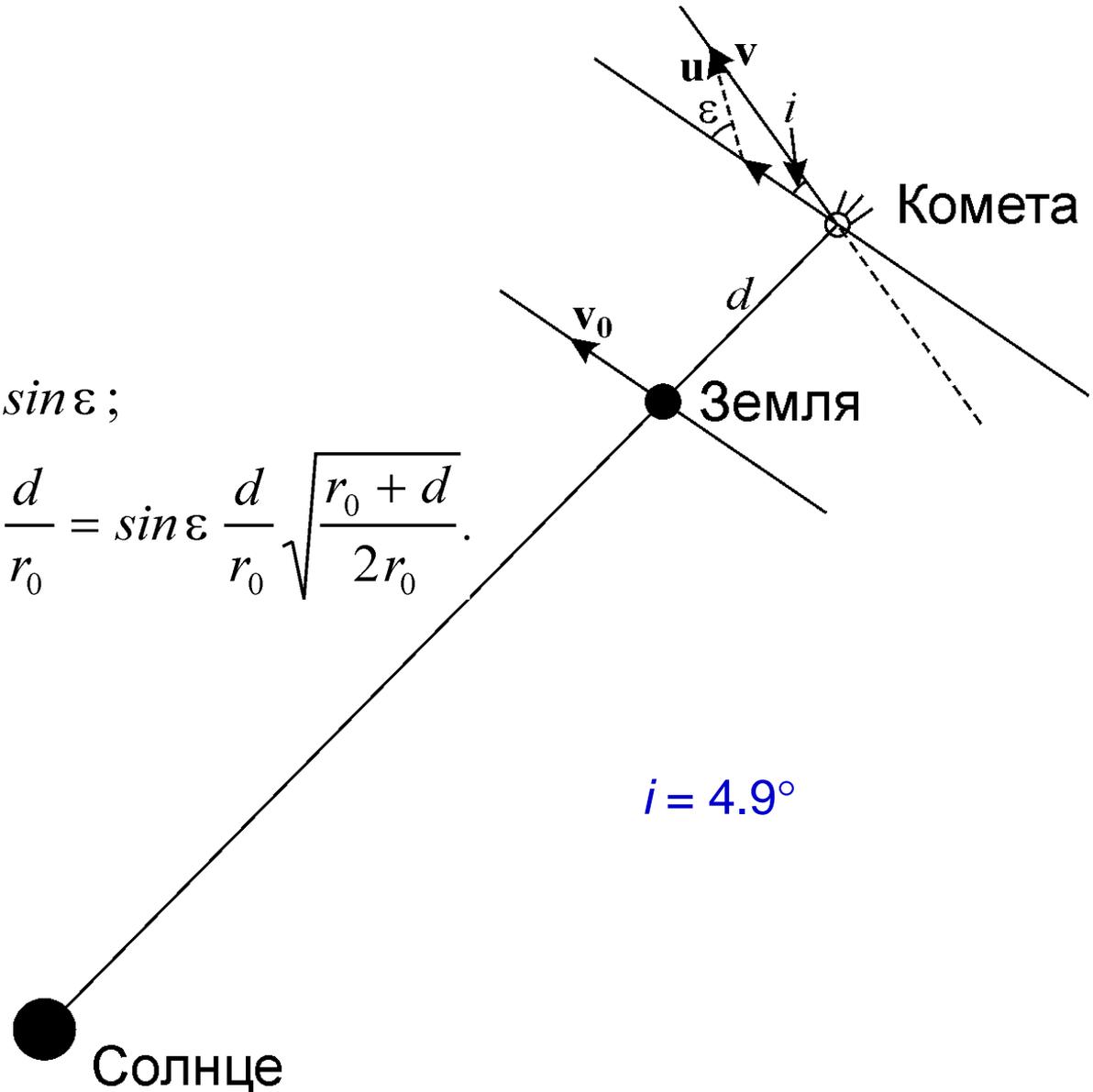
## ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

$$d = 0.27 \text{ а.е.}$$

$$v = v_0 \sqrt{\frac{2r_0}{r_0 + d}}$$

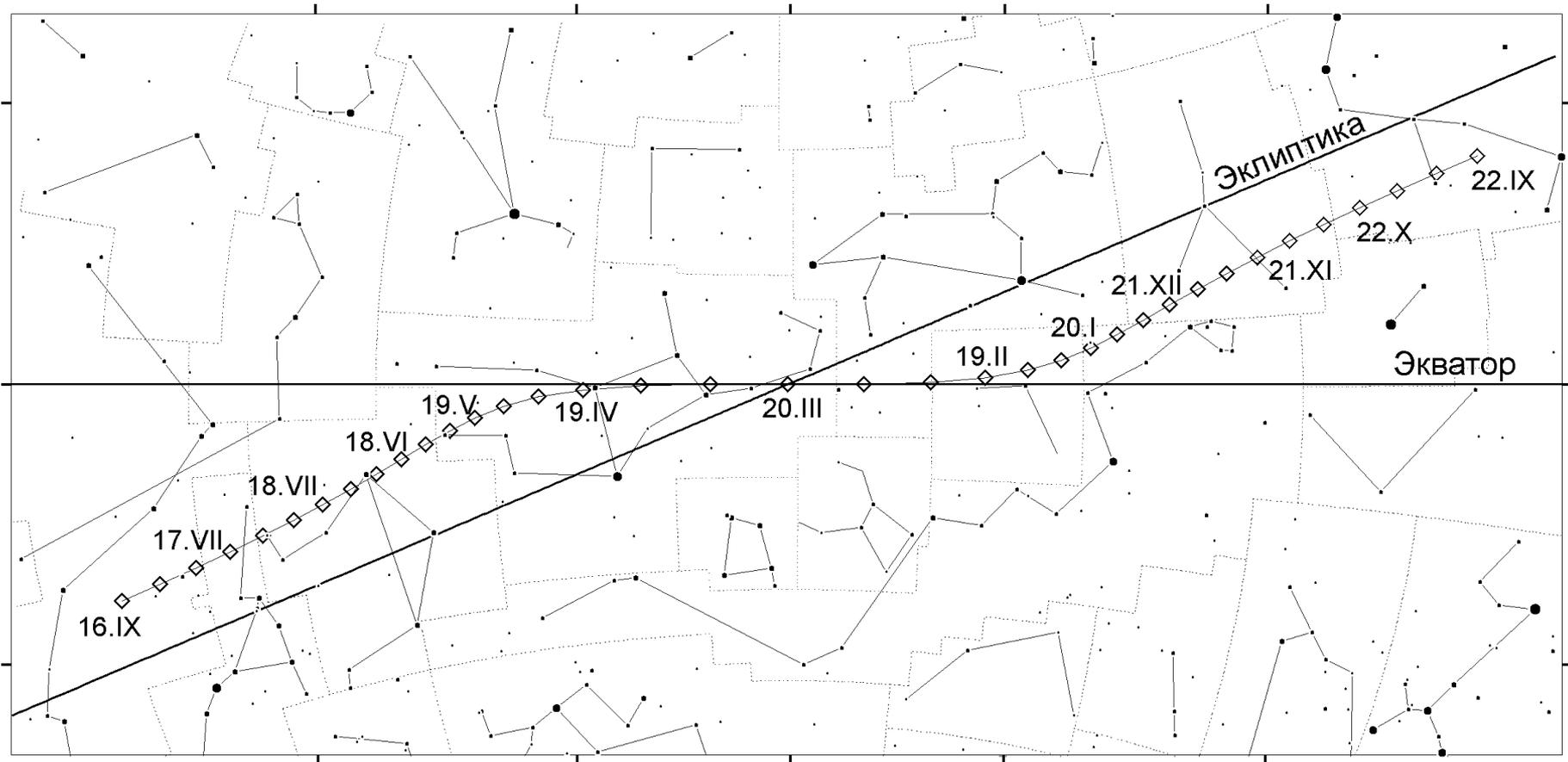
$$v \sin i = u \sin \varepsilon;$$

$$\sin i = \sin \varepsilon \frac{u}{v} = \sin \varepsilon \frac{v_0}{v} \cdot \frac{d}{r_0} = \sin \varepsilon \frac{d}{r_0} \sqrt{\frac{r_0 + d}{2r_0}}$$



# XI.1

## ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА





# XI.1 ВЕСЕННЯЯ КОМЕТА

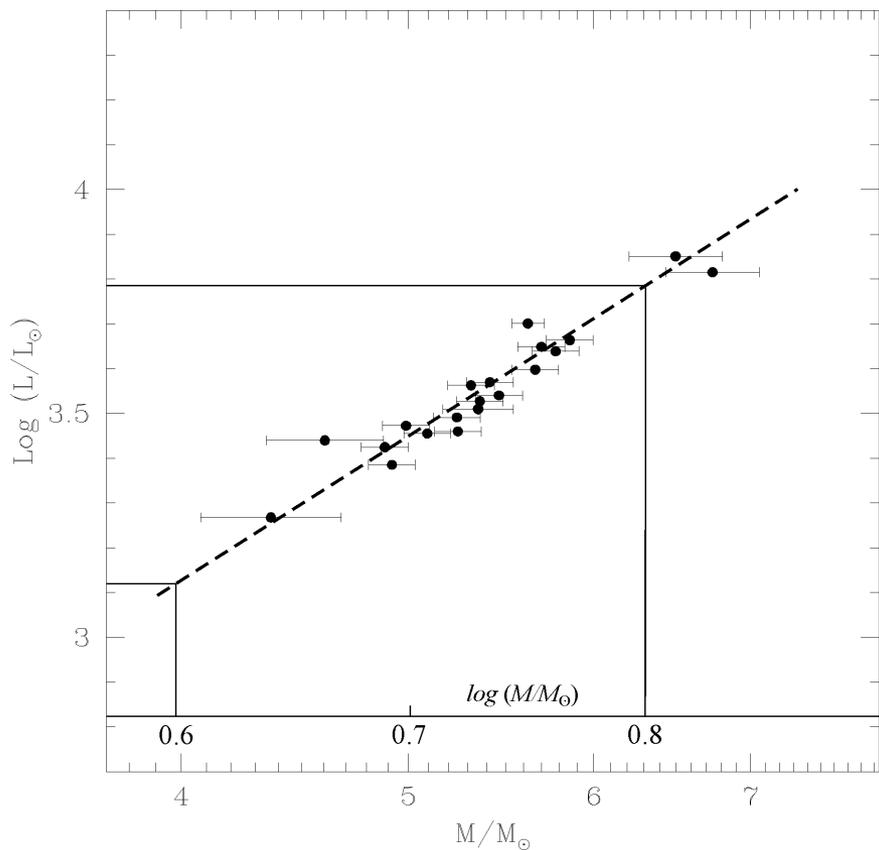
Система оценивания:

Комета в противостоянии с Солнцем		2
Оценка угловой скорости		4
Вычисление расстояния		8
- пренебрежение $\varepsilon$ без обоснований	4	
- пренебрежение $\varepsilon$ с обоснованиями	6	
Вычисление угла наклона орбиты		10
- $23.4^\circ$	0	
<hr/>		
ИТОГО		24

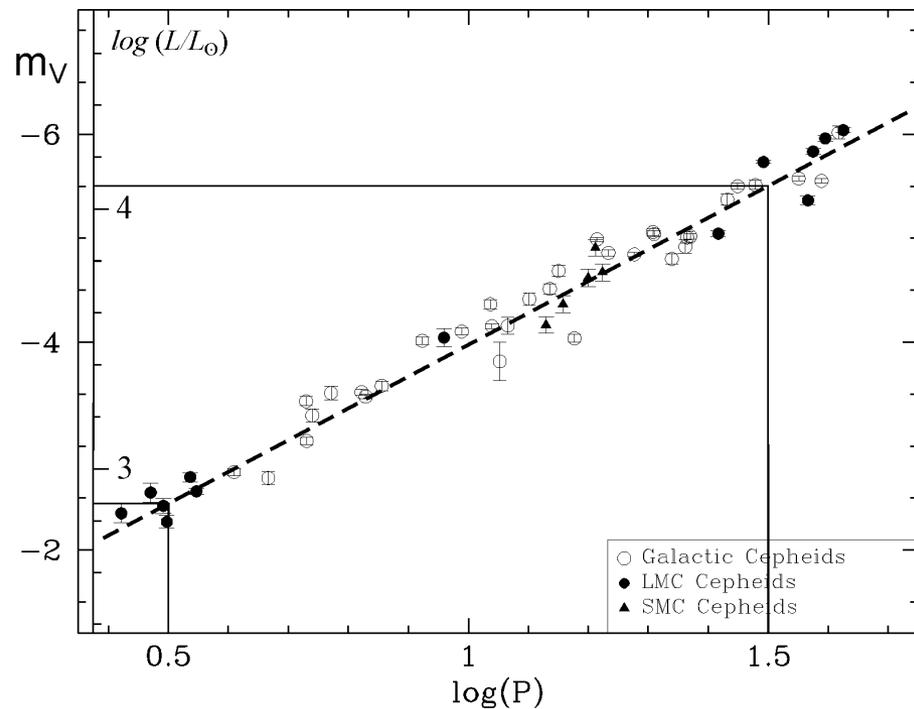


# X/XI.2 МАЯКИ ГАЛАКТИК

Перед Вами диаграммы "масса – средняя светимость" и "период – средняя абсолютная звездная величина" для некоторых цефеид нашей Галактики, Большого и Малого Магелланова облака. Период колебаний цефеид выражен в сутках, абсолютная величина дана в полосе V, массы на первом графике отложены в логарифмическом масштабе. Оцените по этим диаграммам диапазон характерных значений средней температуры на планете, обращающейся вокруг цефеиды по круговой орбите с периодом, в 6000 раз большим периода изменений блеска цефеиды. Альbedo и "парниковые" свойства атмосферы планеты считать аналогичными Земле. Боллометрической поправкой Солнца и цефеид пренебречь.



$$\log(L/L_{\odot}) = 1.14 + 3.3 \log(M/M_{\odot});$$



$$M_V = -1.0 - 3.0 \log(P);$$

$$\log(L/L_{\odot}) = 0.4 (4.72 + 1.0 + 3.0 \log(P)) =$$

$$= 2.28 + 1.2 \log(P).$$



# X/XI.2 МАЯКИ ГАЛАКТИК

Светимость:  $\frac{L}{L_0} = 10^{1.14} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{3.3} = 14 \left( \frac{M}{M_0} \right)^{3.3} = 10^{2.28} P^{1.2} = 200 P^{1.2}.$

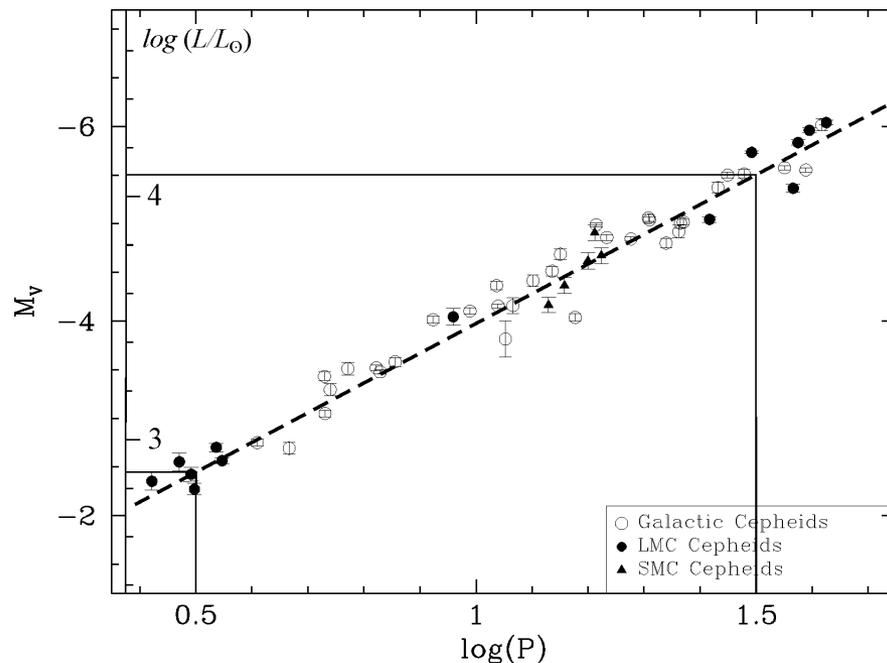
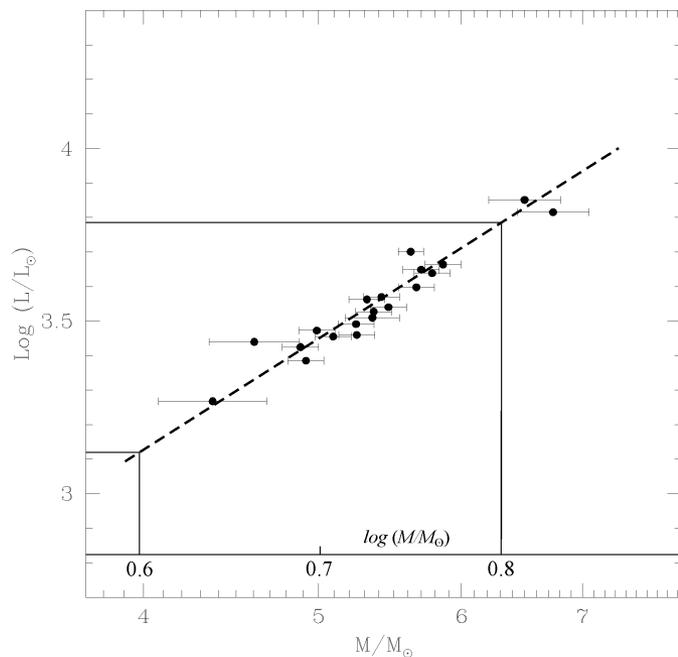
Период:  $P = \left( \frac{14}{200} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{3.3} \right)^{1/1.2} = \frac{1}{9} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{2.75}.$

Период обращения планеты:  $\tau = \frac{6000}{9 \cdot 365} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{2.75} = 1.8 \cdot \left( \frac{M}{M_0} \right)^{2.75}.$

Радиус орбиты планеты:  $\frac{a}{a_0} = \left( \frac{M}{M_0} \right)^{1/3} \tau^{2/3} = 1.5 \cdot \left( \frac{M}{M_0} \right)^{2.16}$

Средняя температура на планете:

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{L}{L_0} \right)^{1/4} \left( \frac{a}{a_0} \right)^{-1/2} = \frac{14^{1/4}}{1.5^{1/2}} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{0.83} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{-1.08} \sim 1.56 \left( \frac{M_0}{M} \right)^{1/4}.$$



$(M/M_{\odot})$	$\log(M/M_{\odot})$	$\log(L/L_{\odot})$	$m_V$	$\log P$ (сут)	$\tau$ , ГОДЫ	$(a/a_0)$	$T/T_0$	$T$ , К
4	0.60	3.13	-3.10	0.70	82	30.0	1.10	320
5	0.70	3.45	-3.90	0.97	152	48.6	1.04	302
6	0.78	3.71	-4.55	1.18	251	72.2	0.99	288
7	0.85	3.93	-5.10	1.37	383	100.8	0.96	277
8	0.90	4.12	-5.58	1.53	553	134.7	0.92	268



Система оценивания:

Связь массы и светимости	4
Связь периода и светимости	4
Связь массы и периода	4
Связь массы (светимости) с периодом планеты	4
Связь массы (светимости) и температуры	4
Диапазон температур	4

---

ИТОГО 24



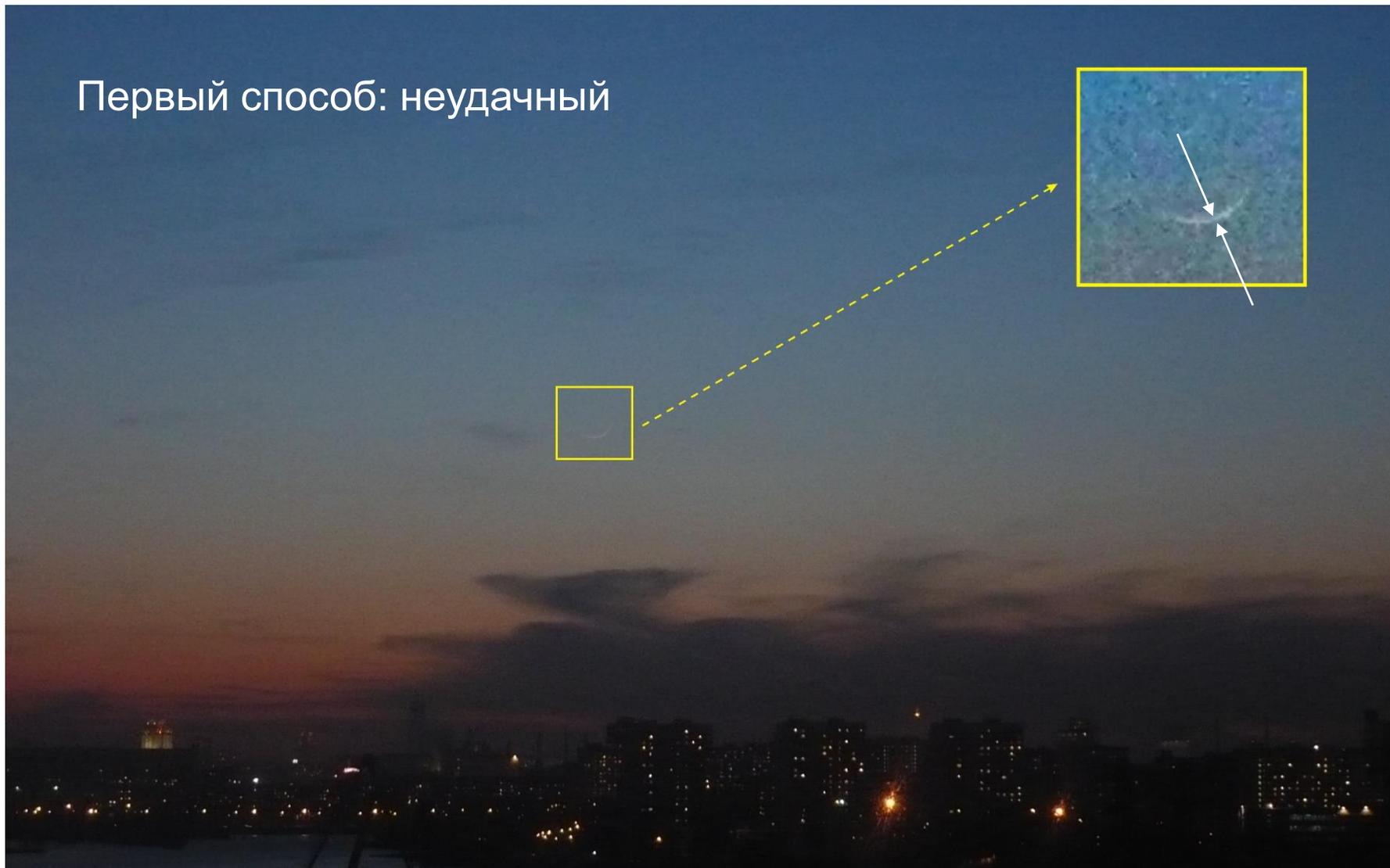
# **X.3**

## **МОЛОДАЯ ЛУНА**

**Вам предложена фотография очень молодого серпа Луны, сделанная ранней весной в Москве (широта  $+56^\circ$ ). Используя наиболее точный, по Вашему мнению, метод, определите по этой фотографии максимально возможное значение "возраста" серпа Луны (времени от последнего новолуния в сутках). Орбиту Луны считать круговой.**



Первый способ: неудачный





Второй способ: средний

T ~ 1 сут.



$0.5^\circ$

$5^\circ$

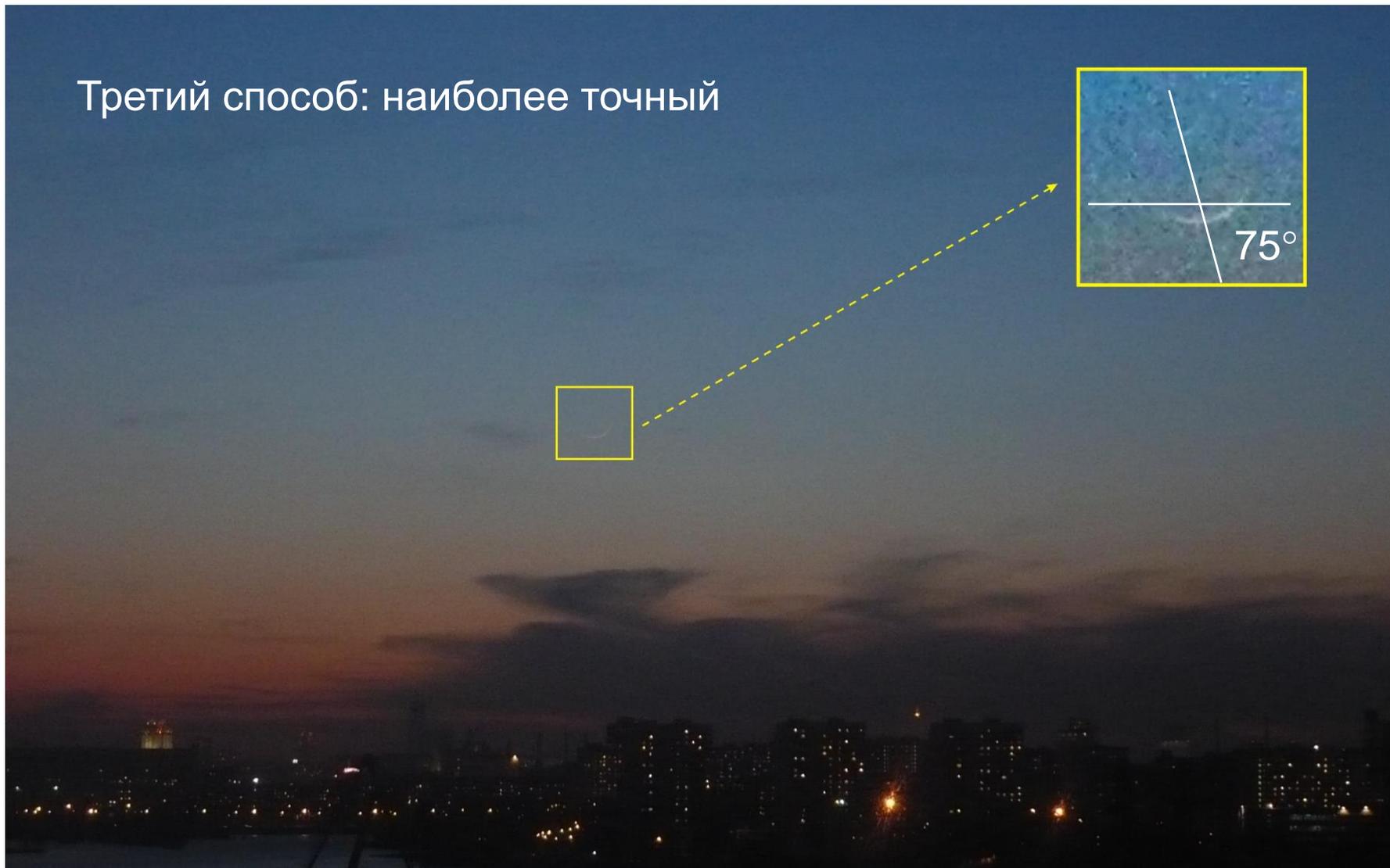
$\sim 12^\circ$



$5^\circ ?$



Третий способ: наиболее точный





# Х.3 МОЛОДАЯ ЛУНА

Максимальный угол между эклиптикой и горизонтом:

$$\lambda = 90^\circ - \varphi + \varepsilon = 57^\circ.$$

$$\theta = \gamma - \lambda = 18^\circ.$$

Максимальное угловое расстояние между Солнцем и Луной:

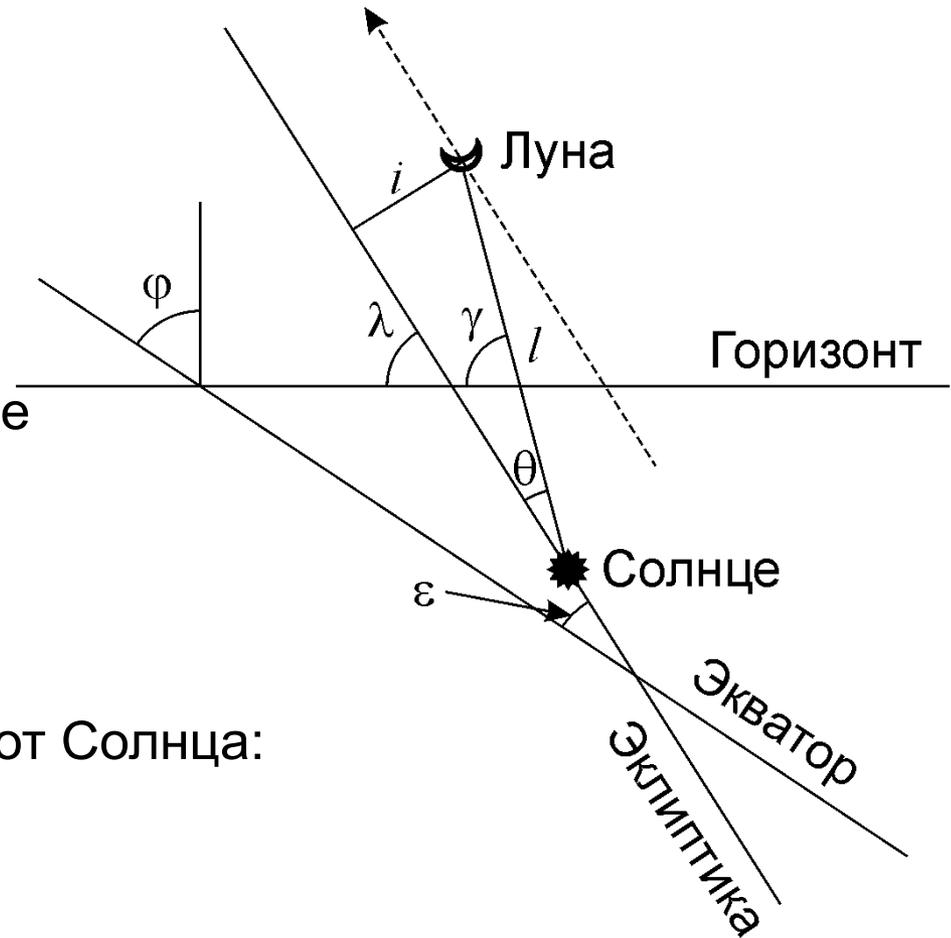
$$l = \frac{i}{\sin \theta} = 17^\circ.$$

Угловая скорость удаления Луны от Солнца:

$$\omega = \frac{360^\circ}{S} = 12.2^\circ / \text{сут}.$$

Максимальный возраст серпа Луны:  $T = \frac{l}{\omega} = 1.4 \text{ сут}.$

Реально: 1.1 суток





# Х.3 МОЛОДАЯ ЛУНА

Система оценивания:

Первый способ:

Измерение фазы	4
Возраст	4
<hr/>	
ИТОГО	8

Второй способ:

Высота Луны над горизонтом	4
Глубина погружения Солнца под горизонт	2
Угол наклона эклиптики к горизонту	4
Угловое расстояние между Солнцем и Луной	4
Возраст	2
<hr/>	
ИТОГО	16



# Х.3 МОЛОДАЯ ЛУНА

Система оценивания:

Третий способ:

Угол ориентации серпа	8
Угол между эклиптической и горизонтом	4
Угол между линией «С-Л» и эклиптической	6
Угловое расстояние между Солнцем и Луной	4
Возраст	2
<hr/>	
ИТОГО	24
Использование сидерического периода Луны	-2



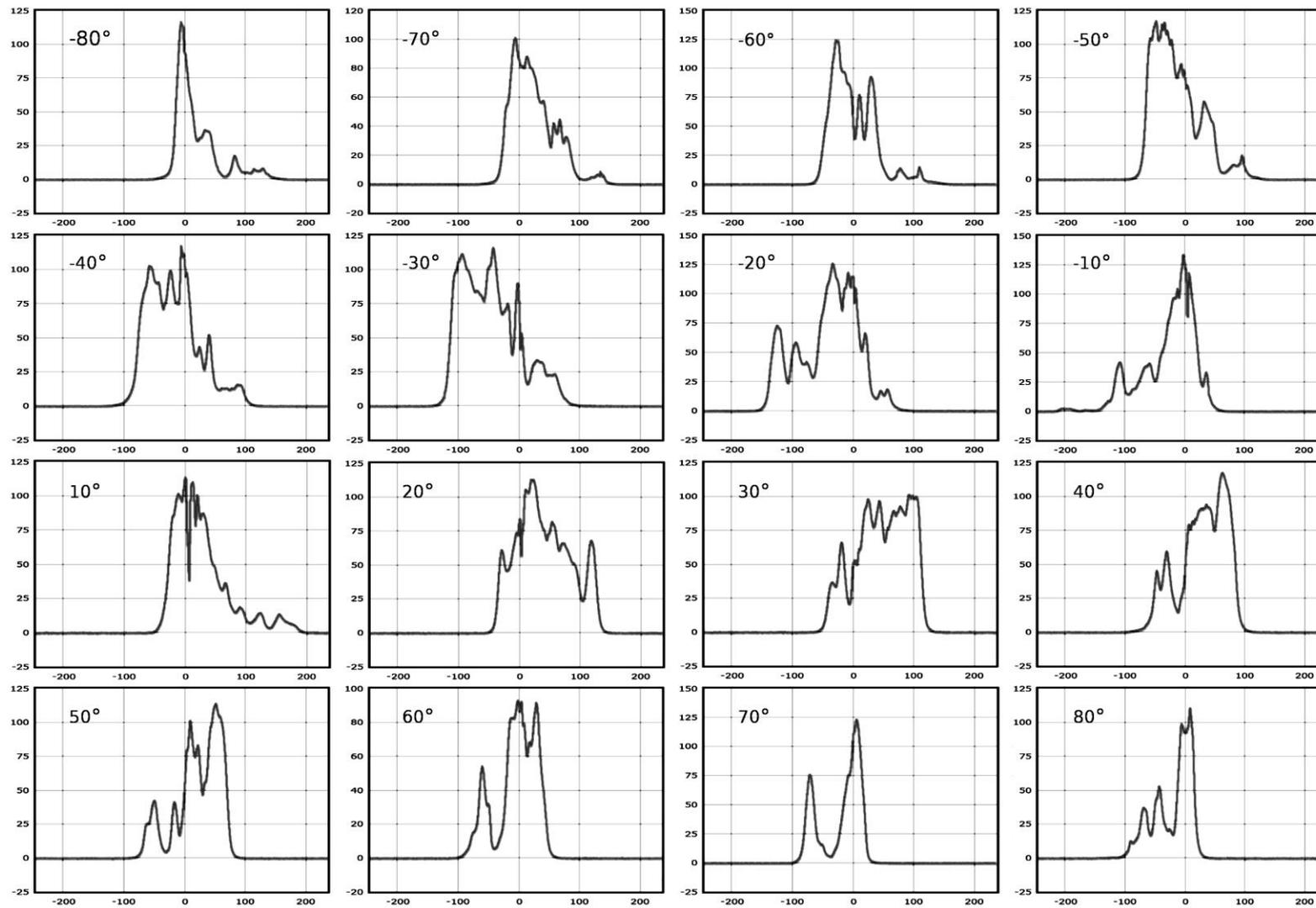
# XI.3

## КРИВАЯ ВРАЩЕНИЯ

Вам даны результаты спектральных наблюдений облаков нейтрального водорода на длине волны 21 см. Измерения проводились в галактическом диске с разными галактическими долготами (указаны на графиках). Линия водорода уширена в результате движения масс облаков относительно наблюдателя, ее профили представлены на графиках. По оси абсцисс отложено смещение длины волны (в единицах соответствующей гелиоцентрической лучевой скорости, км/с), а по оси ординат – интенсивность излучения в условных единицах. На основе этих данных и предположения кругового движения облаков вокруг центра Галактики в одном направлении определите зависимость полной скорости облаков от расстояния до центра Галактики (кривую вращения). Результаты представьте в виде таблицы и графика. Считать, что Солнце находится на расстоянии 8.5 кпк от центра Галактики и движется вокруг него по круговой траектории в том же направлении (к точке с галактической долготой  $+90^\circ$ ) со скоростью 220 км/с.

# XI.3

## КРИВАЯ ВРАЩЕНИЯ





Проекция скорости Солнца на луч зрения:  
 $V_0 \sin l$

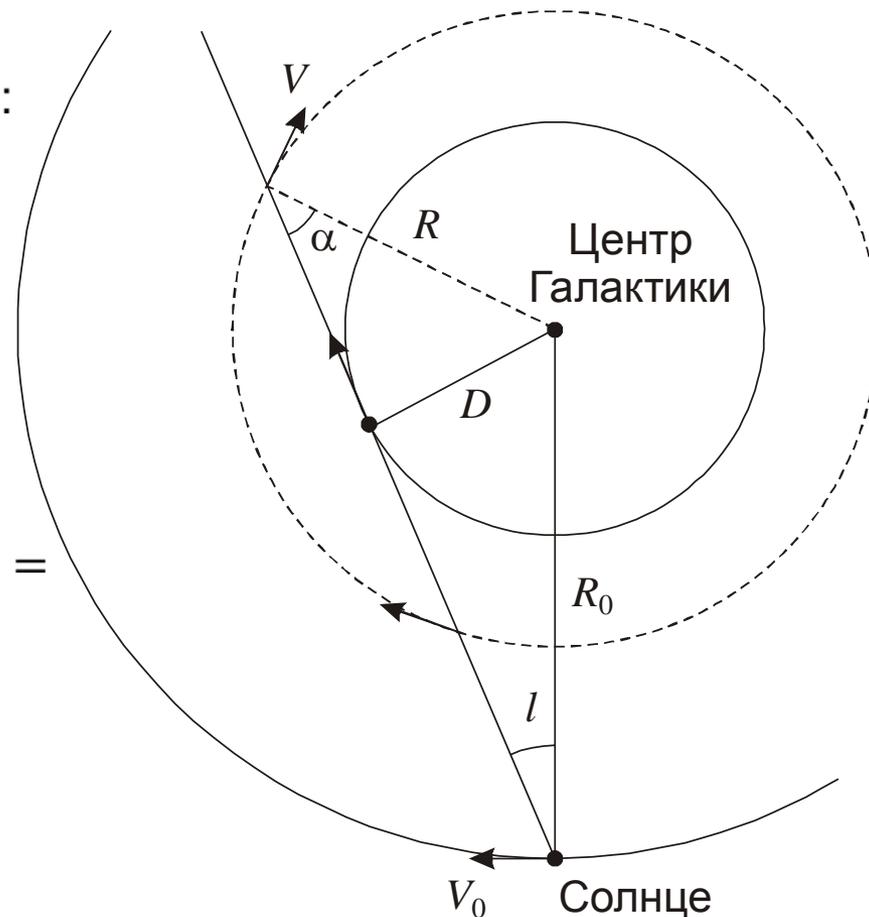
Проекция скорости облака на луч зрения:  
 $V \sin \alpha$

Лучевая скорость:

$$V_R = V \sin \alpha - V_0 \sin l = V \frac{R_0}{R} \sin l - V_0 \sin l =$$

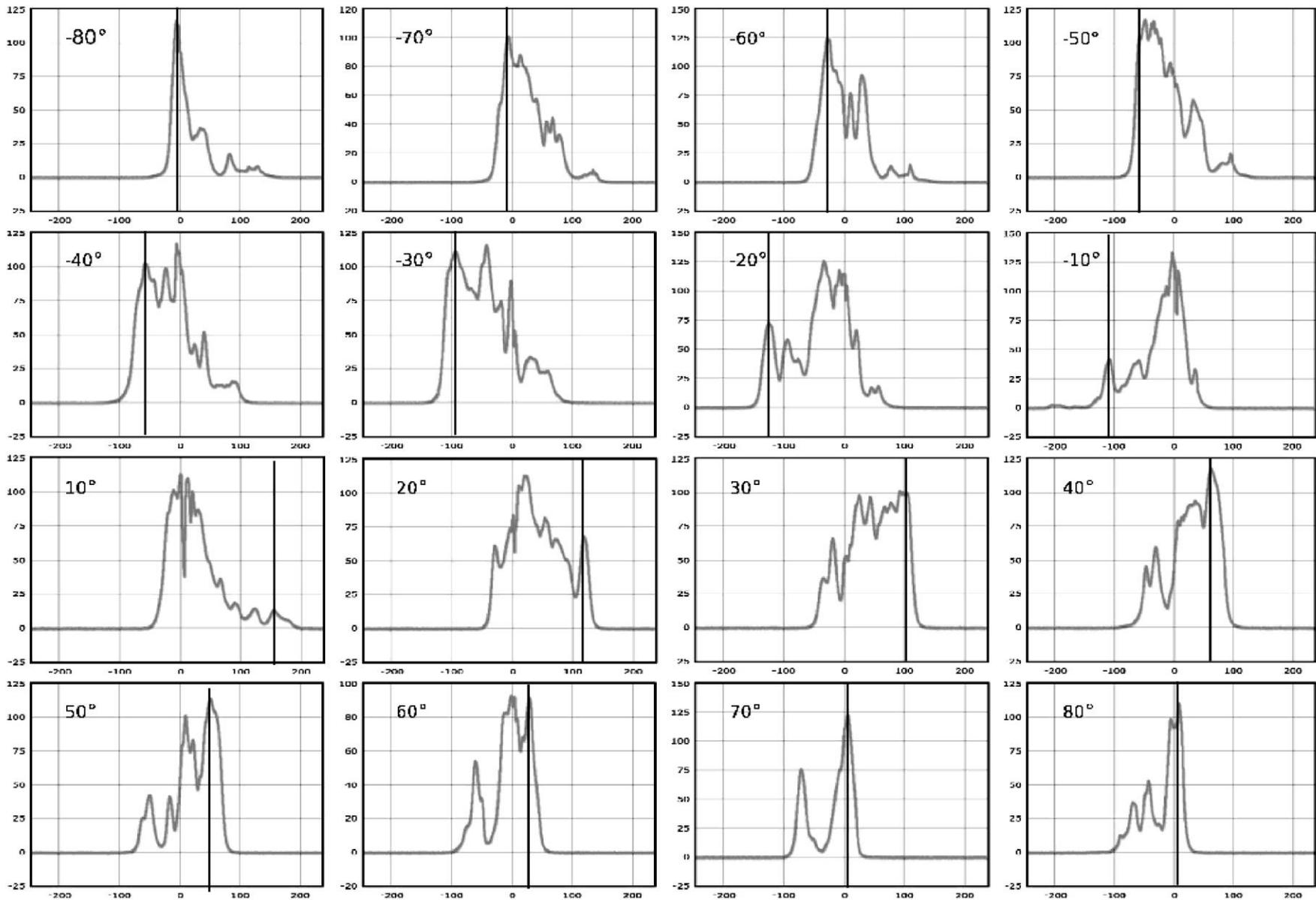
$$= \left( V \frac{R_0}{R} - V_0 \right) \sin l$$

$$V_R = \max \text{ при } R = D$$



# XI.3

## КРИВАЯ ВРАЩЕНИЯ

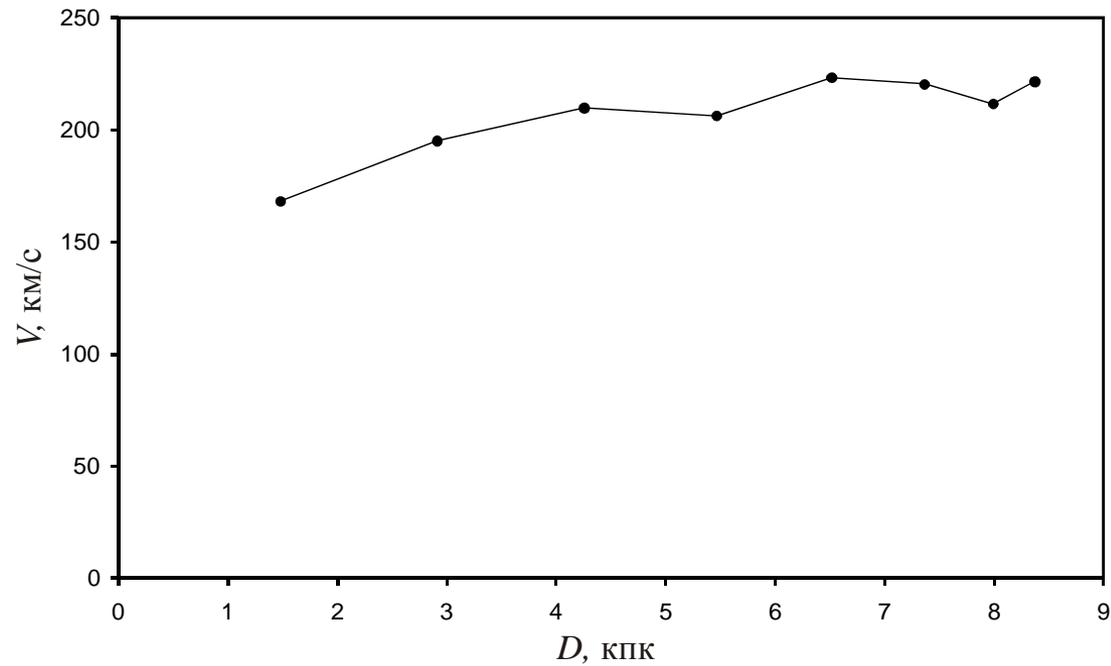




# XI.3

## КРИВАЯ ВРАЩЕНИЯ

$ \lambda $	$V_R^+$ , км/с	$-V_R^-$ , км/с	$\langle V_R \rangle$ , км/с	$V$ , км/с	$D$ , кПК
10°	150	110	130	168	1.5
20°	120	120	120	195	2.9
30°	100	100	100	210	4.3
40°	65	65	65	206	5.5
50°	50	60	55	224	6.5
60°	30	30	30	221	7.4
70°	5	5	5	212	8.0
80°	5	5	5	222	8.4





# XI.3

## КРИВАЯ ВРАЩЕНИЯ

Система оценивания:

$V(l)$ или $V(D)$		10
не учтена скорость Солнца $V_0$	4	
Поиск макс. ( $l>0$ ) и мин. скорости ( $l<0$ )		4
Измерение лучевых скоростей		6
- только для одного знака $l$	2	
Вычисление расстояний		2
График		2
<hr/>		
ИТОГО		24