

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 2—8 апреля 2016 года

9—11 класс

Первый тур. Задачи

Дата написания	3 апреля 2016 г.
Количество заданий	6
Сумма баллов	150
Время написания	240 минут

Решения

Средним гармоническим (*НМ*) и средним арифметическим (*АМ*) положительных чисел a_1, \dots, a_n называются величины

$$НМ = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \quad \text{и} \quad АМ = \frac{a_1 + \dots + a_n}{n}.$$

$$\text{Функция максимум: } \max\{x; y\} = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq y, \\ y, & \text{если } x < y. \end{cases}$$

Задача 1. Ностальгия

(25 баллов)

В маленьком поселке где-то в центральной России на берегу живописной реки одиноко стоит магазин, продающий только клюквенную настойку (других магазинов в поселке нет). Несмотря на то, что настойка особенно популярна в конце лета, годовой спрос на нее всегда равен $q_t = \max\{100 - P_t; 0\}$, где P_t — цена бутылки в году t , а q_t — количество купленных бутылок в тысячах. Продавец настойки закупает ее у поставщика по цене $c = 50$ рублей за бутылку и больше не несет никаких издержек.

Владелец магазина спокойно максимизировал прибыль, пока однажды накануне Нового года руководить поселком не был назначен новый чиновник, срок полномочий которого составляет ровно 6 лет. Этот чиновник нашел нарушения в работе магазина, но вместо того чтобы заставить владельца их устранить, потребовал денег:

— В течение года ($t = 0$) я буду смотреть, как ты будешь работать и какую прибыль π_0 получишь, а потом (от $t = 1$ до $t = 5$) я тебя контролировать перестану, а ты мне за это будешь отдавать каждый год всего 0,8 % от величины π_0 за каждую проданную тысячу бутылок.

Владелец магазина загрузил, с ностальгией вспомнив о тех временах, когда он мог спокойно продавать настойку. Но потом ему пришла в голову блестящая идея: если получить в $t = 0$ отрицательную прибыль, то тогда чиновнику в соответствии с уговором еще пять лет придется платить самому! (Известно, что этот чиновник — человек слова.) С другой стороны, нести большие убытки тоже не хочется, тем более что в кредит на текущий год ему точно никто больше 250 тысяч рублей не даст (а значит, убытки не могут быть больше 250 тысяч рублей).

Считайте, что владелец магазина может менять цену только в начале каждого года. Какие цены ему нужно установить в каждом из шести лет от $t = 0$ до $t = 5$, чтобы максимизировать суммарную прибыль за все годы (без дисконтирования)?

Даниил Евсеев, Данил Фёдоровых

Решение

Если средние издержки фирмы постоянны и равны c , то ее прибыль можно записать как $\pi_t = q_t(P_t - c)$, такой записи мы будем придерживаться в течение всего решения.

Разберемся с единицами измерения. Чиновник требует платить 0,8 % от прибыли за каждую проданную тысячу бутылок. То есть, например, если прибыль в текущем году составит 500 тысяч рублей, то в последующие годы придется по $500 \cdot 0,008$ тысяч рублей за каждую тысячу бутылок, или, что то же самое, по по $500 \cdot 0,008 = 500/125$ рублей за каждую бутылку. Таким образом, средние издержки магазина, начиная с первого года, увеличатся на $\pi_0/125$ рублей.

Пусть π_0 — прибыль текущего года. Тогда функция суммарной прибыли (здесь и далее — в тысячах рублей) за 6 лет имеет вид

$$\pi_0 + \underbrace{(100 - P_1) \left(P_1 - 50 - \frac{\pi_0}{125} \right)}_{\pi_1} + \underbrace{(100 - P_2) \left(P_2 - 50 - \frac{\pi_0}{125} \right)}_{\pi_2} + \dots + \underbrace{(100 - P_5) \left(P_5 - 50 - \frac{\pi_0}{125} \right)}_{\pi_5}.$$

Если цена текущего года P_0 выбрана и π_0 определено, то все остальные прибыли — квадратичные параболы с ветвями вниз, причем одинаковые, не зависящие друг от друга и имеющие вершины в точках

$$P_t = \frac{100 + 50 + \pi_0/125}{2} = 75 + \frac{\pi_0}{250}, \quad \text{где } t \in \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Тогда максимальное значение прибыли за пять последующих лет равно

$$\sum_{t=1}^5 \pi_t = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 5 \left(100 - 75 - \frac{\pi_0}{250} \right) \left(75 + \frac{\pi_0}{250} - 50 - \frac{\pi_0}{125} \right) = 5 \left(25 - \frac{\pi_0}{250} \right)^2.$$

А суммарная прибыль за все годы составит

$$\Pi = \pi_0 + \sum_{t=1}^5 \pi_t = \pi_0 + 5 \left(25 - \frac{\pi_0}{250} \right)^2.$$

Посмотрим, чему может быть равна π_0 . Функция $\pi_0 = (100 - P_0)(P_0 - 50)$ — парабола с ветвями вниз, область значений которой простирается от $-\infty$ до 625 (при $P_0 = 75$). Ограничение на величину убытков сокращает область допустимых значений π_0 до отрезка $[-250; 625]$.

Функция Π , как нетрудно проверить, — парабола с ветвями вверх и вершиной в $\pi_0 = 0$. Чем дальше от вершины параболы (в любую сторону, так как она симметрична), тем больше ее значение, следовательно, $\pi_0 = 625$ приносит бóльшую суммарную прибыль, чем $\pi_0 = -250$.

Отсюда нетрудно посчитать, что $P_0 = 75$, $P_t = 77,5$, где $t \in 1, \dots, 5$.

Схема оценивания

7 баллов ставится за корректно выписанную функцию суммарной прибыли за шесть лет в зависимости от π_0 и объемов или цен в периоде t . Из них:

- –1 балл за неверный переход от процентов к долям
- –2 балла за неверную размерность
- –2 балла за отсутствие обоснования того, что оптимальные цены и количества с первого по пятый период равны: в каждом году вид спроса и издержек не отличается.

5 баллов ставится за обоснованное нахождение оптимальных цен (или количеств) в периоде t в зависимости от прибыли, цены или количества в нулевом периоде

3 балла — правильное определение вида функции $\Pi(\pi_0)$ — парабола с ветвями вверх. **2 балла** — вывод о том, что максимум суммарной прибыли следует искать «на концах».

Альтернативные правильные варианты:

- Функция суммарной прибыли положительно зависит от $\pi_0^2 \Rightarrow$ положительно зависит от $|\pi_0| \Rightarrow$ выбираем максимум $|\pi_0|$.
- Функция симметрична относительно оси ординат \Rightarrow чем больше $|\pi_0|$, тем больше суммарная прибыль.

3 балла ставится за поиск максимальной прибыли в нулевом периоде. При этом должно быть понятно, что речь идет именно о нулевом периоде. Из них:

- –1 балл за необоснованность максимизации
- –1 балл за неверное нахождение значения максимальной прибыли

4 балла — корректное сравнение суммарных прибылей «на концах» и нахождение оптимальных цен.

- –1 балл за неверное определение «концов»;
- –1 балл за неверное нахождение цен.

Основные ошибки, приводящие к снижению баллов:

- Арифметическая ошибка, не упрощающая решения — (-1) балл
- В записи суммарной прибыли не домножили $0,008\pi_0$ на Q_t — (-8) баллов

- Арифметическая ошибка, из-за которой прибыль перестаёт быть квадратичной функцией с графиком параболы ветвями вверх — (–8) баллов. Примеры: $P_t = 75 - 0,004l_0$ или $\Pi = 3125 + 0,00008l_0$
- Отсутствие обоснования, что найденные точки являются максимумом/минимумом — (–1) балл.
- Попытка нахождения решения через частные производные по обеим переменным (без проверки достаточного условия) — (–18) баллов.

Задача 2. Таргетировать или нет?

(25 баллов)

В стране Альфа производится и потребляется единственный товар, спрос на который имеет вид $Y = M/P$, где Y — количество товара, P — его цена, M — денежная масса. Товар производят 100 одинаковых фирм. Для каждой фирмы ее выпуск (y) следующим образом зависит от количества нанятых ею работников (L , в человеко-часах): $y = 2\sqrt{L}$. Рынок товара является совершенно конкурентным. Фирмы максимизируют номинальную прибыль.

Номинальную заработную плату одного работника в стране Альфа (w) устанавливает профсоюз. Лидеры профсоюза считают, что справедливый уровень реальной зарплаты равен 1, и стараются выбрать номинальную зарплату так, чтобы реальная была как можно ближе к единице.

Денежную массу в стране Альфа определяет центральный банк, точнее, его глава Джон Смит. Это господин устанавливает денежную массу так, чтобы максимизировать свое счастье. Его счастье положительно зависит от уровня реального ВВП, потому что за высокий реальный ВВП Смита может похвалить президент. Кроме того, главу центрального банка раздражает нестабильность цен (как инфляция, так и дефляция). Поэтому уровень счастья Джона Смита описывается следующим уравнением: $U = Y - 50(\pi/100)^2$, где π — уровень инфляции (в процентах) в стране Альфа по отношению к предыдущему году (в прошлом году уровень цен был равен 1).

Накануне наступления нового года события в стране Альфа развиваются так: профсоюз устанавливает номинальную заработную плату на следующий год; затем центральный банк, зная решение профсоюза, выбирает денежную массу; после этого фирмы, зная все предыдущие решения, выбирают оптимальный объем производства.

а) (10 баллов) Определите равновесные уровни выпуска и цен в стране Альфа.

б) (5 баллов) В стране Альфа обсуждается законопроект о том, что центральный банк должен придерживаться *политики таргетирования денежной массы*. Если закон будет принят, Джон Смит должен будет заранее объявить, какая денежная масса будет установлена в стране, и после этого не сможет менять свое решение. Затем, зная его решение, профсоюз будет выбирать номинальную заработную плату, и, наконец, фирмы выберут объем производства. Определите равновесные уровни выпуска и цен в стране Альфа в случае, если закон будет принят.

в) (5 баллов) Если вы правильно решили два предыдущих пункта, у вас должно было получиться, что счастье Джона Смита увеличивается в случае принятия закона. Проверьте это. Приведите содержательное экономическое объяснение этого факта.

Филипп Картаев

Решение

а) Решать этот пункт мы будем в три этапа: сначала рассмотрим действия фирм, потом действия центрального банка, а потом — профсоюза.

Начнем с того, что выведем функцию предложения. Прибыль одной фирмы имеет вид:

$$\pi = P \cdot 2\sqrt{L} - wL = Py - w(y/2)^2.$$

Относительно y это парабола с ветвями вниз, вершина которой $y^* = 2P/w$. Следовательно выпуск всех фирм, то есть совокупное предложение, имеет вид: $Y = 200P/w$.

Решим теперь задачу центрального банка. Конечно, по условию задачи центральный банк напрямую воздействует на денежную массу, однако выбирая денежную массу, он может определять уровень цен, который сложится в экономике. В условии задачи нас спрашивают про цены,

поэтому для удобства выразим счастье Джона Смита через P , а не через M :

$$U = Y - 50\pi^2 = \frac{200P}{w} - 50(P-1)^2 = -50P^2 + 100\left(1 + \frac{2}{w}\right)P - 50.$$

Относительно P это парабола с ветвями вниз, вершина которой $P = 1 + 2/w$. Следовательно, выпуск будет равен $Y = 200(w+2)/w^2$.

Понимая, как устроено решение центрального банка, профсоюз подберет номинальную заработную плату так, чтобы реальная в точности равнялась единице:

$$\begin{aligned} w/P &= 1, \\ \frac{w}{1 + 2/w} &= 1, \\ w &= 2. \end{aligned}$$

Отсюда нетрудно посчитать, что $P^* = 2$, $Y^* = 200$.

б) Важное отличие от предыдущего случая состоит в том, что теперь глава центрального банка понимает, что какой бы уровень цен он ни выбрал, реальная заработная плата w/P в результате действий профсоюза обязательно будет равна 1, откуда $Y = 200$. Получается, что центробанк не влияет на реальный ВВП и должен заботиться только об инфляции, которую он может минимизировать, выбрав $P^* = 1$. Формально,

$$U = Y - 50\pi^2 = \frac{200P}{w} - 50(P-1)^2 = 200 - 50(P-1)^2.$$

Эта функция достигает максимума при $P^* = 1$, при этом $Y^* = 200$.

Примечание. В обоих пунктах можно выражать счастье Джона Смита не через уровень цен, а через величину денежной массы. Тогда решение будет более громоздким, но результат получится такой же. Попутно вы найдете, что в пункте **а)** $M^* = 400$, а в пункте **б)** $M^* = 200$.

в) Уровень выпуска в обоих случаях одинаковый, а инфляция во втором случае равна нулю (в то время, как в первом случае она больше нуля). Поэтому уровень счастья Джона Смита во втором случае выше.

Эта задача иллюстрирует преимущества ситуации, когда центральный банк проводит политику по заранее определенным правилам (будь то таргетирование денежной массы или таргетирование инфляции, или еще какое-то правило монетарной политики).

При отсутствии ограничений у центрального банка, он всегда имеет стимул напечатать побольше денег, чтобы попробовать увеличить выпуск. Остальные экономические агенты понимают это, и ожидают высокой инфляции. Которая в результате и возникает.

Если же свобода действий ЦБ ограничена правилами, то, как мы видим из решения задачи, при том же самом уровне выпуска удается обеспечить более низкую инфляцию.

Примечание. Почему бы в пункте **а)** профсоюзу не вести себя так же, как в пункте **б)**, и не установить $w = 1$? Ведь профсоюзу вроде бы все равно, а центральному банку будет лучше?

Если профсоюз выберет такую зарплату в пункте **а)**, то функция счастья центрального банка примет вид:

$$U = Y - 50\pi^2 = 200P - 50(P-1)^2 = -50P^2 + 300P - 50.$$

В этом случае ЦБ, конечно, выберет $P = 3$, а значит, реальная зарплата окажется равна $1/3$ и цель профсоюзу не будет достигнута. Заметим, что в этом случае в экономике будет наблюдаться высокая инфляция, однако и выпуск будет больше, чем 200.

Схема оценивания

- а)** 3 балла — уравнение совокупного предложения.
2 балла — получение функции счастья как функции одной переменной.
3 балла — нахождение оптимальной цены как функции от номинальной заработной платы.
2 балла — нахождение номинальной заработной платы и по 1 баллу за нахождение цены и выпуска.
- б)** 3 балла — выписывание целевой функции как функции от единственной переменной.
2 балла — нахождение оптимальной цены.
- в)** 1 балл — сравнение значений функции счастья в двух случаях.
4 балла — экономическое объяснение.

Задача 3. Утилизация

(25 баллов)

В стране **N**, разделенной на регионы **W** и **E**, введены суровые таможенные правила относительно ввоза на ее территорию продуктов питания. Если кто-то пытается ввезти продукты незаконно, то весь контрафакт изымается и уничтожается по одной из двух технологий. Будем считать, что вся еда, импортируемая в эту страну, делится на два типа — сыр пармезан и персики.

В регионе **W** незаконно ввезенную еду раскатывают бульдозерами. Бульдозеры имеются в неограниченном количестве, а трудовых ресурсов есть только 35 единиц. Если нанять единицу труда, то можно раздавить тонну незаконного пармезана или тонну незаконных персиков. Однако с ростом количества нанятого труда приобретаются знания и накапливается опыт (ранее уничтожением еды никто не занимался), и все единицы труда сверх 10-й, занятые в раздавливании пармезана, могут раскатать уже не 1, а целых 2 тонны сыра. То же самое и с персиками: первые 10 единиц труда будут раскатывать по 1 тонне персиков, а все следующие — по 2 тонны.

В регионе **E** незаконно ввезенную еду сжигают на кострах. Так же, как и в регионе **W**, костров хватит на любое количество продуктов, а труд в этом регионе ограничен 15 единицами. Если нанять единицу труда, то можно сжечь 2 тонны пармезана или 2 тонны персиков. Повышения квалификации во регионе **E** не происходит, поскольку роль труда в процессе сжигания невелика.

Продукты можно перевозить между регионами без затрат ресурсов, а ни миграции рабочей силы, ни перемещения технологий не происходит.

Назовем *кривой утилизационных возможностей* (КУВ) множество точек в координатах (сыр; персики), ограничивающих доступные наборы из уничтоженных продуктов. Постройте суммарную КУВ страны.

Максим Земцов

Решение

Запишем производственные (или утилизационные) функции в регионе **W**.

$$x = \begin{cases} L_x, & \text{если } 0 \leq L_x \leq 10, \\ 2L_x - 10, & \text{если } 10 < L_x \leq 35. \end{cases} \quad y = \begin{cases} L_y, & \text{если } 0 \leq L_y \leq 10, \\ 2L_y - 10, & \text{если } 10 < L_y \leq 35. \end{cases}$$

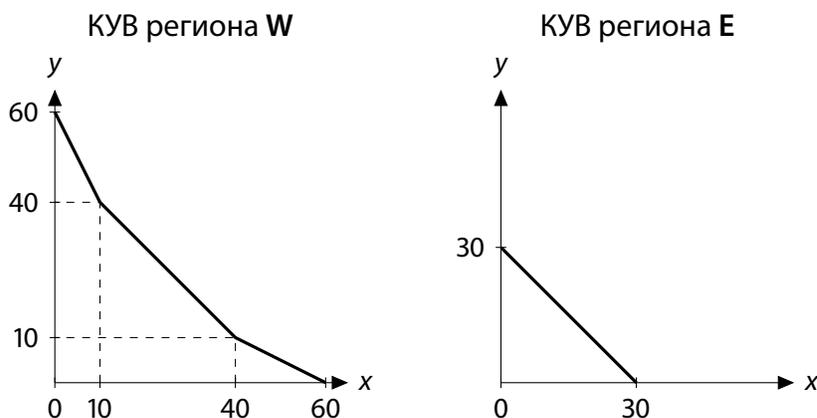
Одновременно $L_x \leq 10$ и $L_y \leq 10$ не может быть, так как в этом регионе $L = 35$. Поэтому рассматриваем три случая:

1. $L_x \leq 10, L_y > 10$. Тогда $x = L_x$ и $y = 2L_y - 10$. Поскольку $L_x + L_y = 35$, получаем ограничение: $x + 0,5y + 5 = 35$, или $y = 60 - 2x$. КУВ региона будет иметь такой вид при $x \leq 10$.
2. $L_y \leq 10, L_x > 10$. Тогда $x = 2L_x - 10$ и $y = L_y$. Получаем ограничение: $y + 0,5x + 5 = 35$, или $y = 30 - 0,5x$. КУВ региона будет иметь такой вид при $y \leq 10$.
3. $L_x \geq 10, L_y \geq 10$. Тогда $x = 2L_x - 10$ и $y = 2L_y - 10$. Получаем ограничение $0,5x + 5 + 0,5y + 5 = 35$, $y = 50 - x$. КУВ региона будет иметь такой вид при $x > 10$ и $y > 10$.

Получаем уравнение КУВ первого региона:

$$y_1 = \begin{cases} 60 - 2x_1, & \text{если } 0 \leq x_1 \leq 10, \\ 50 - x_1, & \text{если } 10 < x_1 < 40, \\ 30 - 0,5x_1, & \text{если } 40 \leq x_1 \leq 60. \end{cases}$$

Во регионе **E** стандартный случай: $x_2 = 2L_x, y_2 = 2L_y$, при ограничении $L_x + L_y = 15$ получаем $y_2 = 30 - x_2$.



Допустим, всего страна хотела бы утилизировать X единиц сыра. Для построения общей КУВ нам надо определить, как распределить утилизацию X единиц между регионами так, чтобы общее количество утилизированного Y было максимально.

Эту задачу можно решить аналитически «в лоб», однако такой способ решения достаточно трудоемок. Следующее соображение позволяет значительно упростить решение.

Возьмем некое распределение $X = x_1 + x_2$, в котором $x_1 > 0$, $x_2 > 0$ и посчитаем объемы утилизации персиков, исходя из полученных выше КУВ регионов; получим четыре числа (x_1, y_1, x_2, y_2) . Рассчитаем также альтернативные издержки утилизации персиков в двух регионах в точках x_1 и x_2 . Назовем их OC_1 и OC_2 .

Если $OC_1 \leq OC_2$, начнем перекидывать утилизацию сыра из второго региона в первый, пока это возможно. Поскольку альтернативные издержки в первом регионе не возрастают (КУВ выпукла вниз), а во втором регионе они постоянны, общий объем утилизации персиков будет возрастать (возможно, не строго); это будет происходить, пока мы не упрямся в границу $x_2 = 0$ или $y_1 = 0$.

Аналогично, если $OC_1 > OC_2$, начнем перекидывать утилизацию сыра из первого региона во второй, пока это возможно. И вновь, в силу того, какую форму имеют КУВ регионов, общий объем утилизации персиков будет возрастать; это будет происходить, пока мы не упрямся в границу $x_1 = 0$ или $y_2 = 0$.

Таким образом, в оптимуме^a хотя бы одно из четырех чисел (x_1, y_1, x_2, y_2) равно нулю. Иными словами, мы доказали, что в оптимуме какой-то регион всегда утилизует лишь один вид еды. (Для этого было существенно, что альтернативные издержки производства в обоих регионах не строго убывают!)

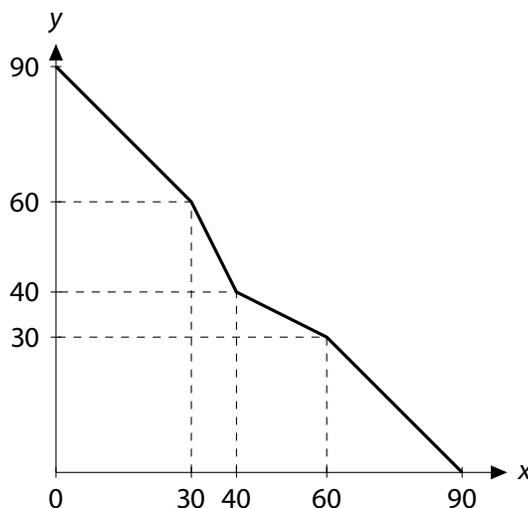
Это значит, что для построения суммарной КУВ достаточно построить множество точек (X, Y) , которые получаются, если один из регионов находится в крайней точке своей КУВ. Для этого:

1. возьмем КУВ первого региона и перенесем параллельно вверх на 30 (второй регион утилизует только персики);
2. возьмем КУВ первого региона и перенесем параллельно вправо на 30 (второй регион утилизует только сыр);
3. возьмем КУВ второго региона и перенесем параллельно вверх на 60 (первый регион утилизует только персики);
4. возьмем КУВ второго региона и параллельно перенести вправо на 60 (первый регион утилизует только сыр);
5. возьмем объединение всех получившихся множеств (включим также все точки с меньшими объемами утилизации).

Получившееся множество и есть множество доступных наборов. Ломаная, являющаяся его границей (не включая оси), как раз и будет являться искомой кривой утилизационных возможностей. Она изображена на рисунке внизу. Факультативно можно вывести уравнение этой кривой:

$$y = \begin{cases} 90 - x, & \text{если } 0 \leq x \leq 30, \\ 120 - 2x, & \text{если } 30 \leq x \leq 40, \\ 60 - 0,5x, & \text{если } 40 \leq x \leq 60, \\ 90 - x, & \text{если } 60 \leq x \leq 90. \end{cases}$$

КУВ страны N



^aСтрого говоря, в хотя бы одном из оптимумов, так как оптимальное распределение сыра между регионами может быть не единственным. Поскольку нас интересует лишь максимальное значение $y_1 + y_2$, нам достаточно найти хотя бы один оптимум.

Схема оценивания

- Решение с построением кривых утилизационных возможностей для регионов
 - Построение кривой утилизационных возможностей для региона E:
Точки — 1 балл
График — 1 балл
Обоснование — 1 балл
 - Построение кривой утилизационных возможностей для региона W:
Точки — 2 балла
График — 6 баллов
Обоснование — 3 балла
 - Построение кривой утилизационных возможностей для страны N:
Точки — 3 балла
График — 5 баллов
Обоснование — 3 балла
- Решение без построения кривых утилизационных возможностей для регионов:
 - Построение кривой утилизационных возможностей для страны N:
Точки — 5 баллов; График — 10 баллов; Обоснование — 10 баллов.

Задача 4. Рейтинг RePEc

(25 баллов)

Рейтинг Research Papers in Economics (RePEc) ранжирует ученых, работающих в экономике и смежных областях, и целые экономические институты (далее будем считать, что ранжируются институты) по количеству и качеству научных публикаций. Общий принцип составления рейтинга выглядит так. Сначала фиксируется набор из $N = 31$ критериев.^a После автоматического сбора и обработки информации о публикациях с помощью специальных алгоритмов по каждому критерию строится свой рейтинг: институт получает то или иное место внутри рассматриваемого региона R (регионом может быть страна, группа стран или весь мир). Затем для каждого института вычисляется среднее гармоническое всех его мест в регионе R по каждому из N критериев, по этой величине институты ранжируются в итоговом рейтинге (чем среднее гармоническое меньше, тем институт выше).

а) (5 баллов) Институт X занимает более высокие места в мире, чем институт Y , по каждому критерию. Верно ли, что в итоговом рейтинге X занимает более высокое место в мире, чем Y ?

б) (5 баллов) В своей стране в итоговом рейтинге институт X занимает более высокое место, чем институт Y . Верно ли, что X занимает более высокое место в мире, чем Y ?

в) (5 баллов) Посетитель сайта RePEc имеет возможность построить собственный рейтинг, выбрав вместо среднего гармонического другие меры агрегирования мест, в частности, среднее арифметическое. Какие преимущества может иметь использование среднего гармонического перед использованием среднего арифметического?

г) (10 баллов) Предположим, что все критерии независимы (то есть продвижение по одному из критериев ранжирования никак не связано с продвижениями по другим критериям).^b Университет Z находится в той области рейтинга, где его продвижение по каждому из критериев прямо пропорционально количеству вложенных в это направление ресурсов. А именно, если r_i — первоначальная позиция университета Z по критерию i , а m_i — вложенные в соответствующее направление деньги, то новое место университета Z будет равно $\hat{r}_i = \max\{r_i - m_i; 1\}$. Университет планирует потратить некоторую сумму денег $M > 0$ на свое продвижение в рейтинге.

Для простоты считайте, что любые суммы денег (в том числе потраченные на продвижение по отдельным критериям) могут измеряться только целыми числами.

Как нужно потратить сумму M , чтобы добиться наилучшего прогресса?

^a $N = 31$ по состоянию на март 2016 года. Большинство критериев основано на числе опубликованных работ и количестве цитирований.

^bНа самом деле в рейтинге RePEc это не так.

Дмитрий Дагаев

Решение

а) Верно. Пусть (x_1, \dots, x_{31}) и (y_1, \dots, y_{31}) — места институтов X и Y соответственно по каждому из критериев. По условию $x_i \leq y_i$ для всех $i = 1, \dots, 31$. Тогда $\frac{1}{x_i} \geq \frac{1}{y_i}$ для всех $i = 1, \dots, 31$. Следовательно,

$$\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_{31}} \geq \frac{1}{y_1} + \dots + \frac{1}{y_{31}} \quad \text{и} \quad \frac{31}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_{31}}} \leq \frac{31}{\frac{1}{y_1} + \dots + \frac{1}{y_{31}}}.$$

б) Неверно. Приведем контрпример. Пусть в стране X и Y занимают следующие места: $x_1 = \dots = x_{16} = 1, x_{17} = \dots = x_{31} = 2$ и $y_1 = \dots = y_{16} = 2, y_{17} = \dots = y_{31} = 1$ соответственно. Тогда в стране

X занимает первое место, а Y — второе. Пусть в мире места X и Y по этим же критериям таковы: $\hat{x}_1 = \dots = \hat{x}_{16} = 1, \hat{x}_{17} = \dots = \hat{x}_{31} = 15$ и $\hat{y}_1 = \dots = \hat{y}_{16} = 2, \hat{y}_{17} = \dots = \hat{y}_{31} = 1$. Так как $\frac{31}{23} < \frac{31}{17}$, то в мировом рейтинге Y расположен выше X .

в) При использовании среднего гармонического получают преимущество институты, которые добились серьезных успехов хотя бы по одному или нескольким критериям. Наоборот, если институт провалился по одному или нескольким критериям, то это не слишком сильно скажется на его общей позиции в рейтинге. При использовании среднего арифметического эффект от провалов был бы сильнее, а эффект от достижений — меньше. Таким образом, использование среднего гармонического стимулирует существенное продвижение институтов по отдельным критериям и нивелирует случайные провалы по отдельным критериям.

г) Сначала нужно потратить все деньги на продвижение по тому критерию, по которому университет достиг наилучших показателей на текущий момент (если таких критериев несколько, то можно выбрать любой один из них). Если после того, как университет стал первым по этому критерию, деньги остались, то нужно потратить все остатки на следующий наиболее успешный критерий и т.д. Геометрически оптимальность такой стратегии можно понять, если заметить следующее. Университет должен добиться минимального значения выражения

$$\frac{1}{\frac{1}{\hat{r}_1} + \dots + \frac{1}{\hat{r}_{31}}},$$

или, что то же самое, максимального значения выражения

$$\hat{r}_1 + \dots + \hat{r}_{31}$$

(здесь \hat{r}_i — новое место университета по i -му критерию). Но функция $f(x) = 1/x$ выпукла вниз при $x > 0$, поэтому максимальный прирост значения функции при уменьшении аргумента на 1 происходит при наименьшем значении аргумента. Аналогичный результат можно получить алгебраически, если зафиксировать все критерии кроме двух, перекинуть 1 единицу денег с одного критерия на другой и оценить разность рангов университета до переброски денег и после (окажется, что перекидывать деньги выгодно на более сильные направления).

Схема оценивания

- а) • **Максимум 5 баллов**
- Только ответ \Rightarrow **0 баллов**
 - Разобран частный пример \Rightarrow **0 баллов**
 - Реверсия «высокое место = больший номер места», не приводящая к изменению ответа \Rightarrow **-1 балл**
- б) • **Максимум 5 баллов**
- Только ответ без контрпримера \Rightarrow **0 баллов**
 - «Пусть в мировом рейтинге X сильно проседает по группе критериев, по которой X лидировал в регионе, а по критериям, по которым Y был выше, сдвига вниз не произошло» \Rightarrow **1 балл**
 - Корректный контрпример приведен, но не проверено в явном виде, что он удовлетворяет условиям \Rightarrow **3 балла**

- Приведен корректный контрпример для случая 2 или 3 критериев, но не показано, как его обобщить на случай 31 критерия ⇒ **3 балла**
- Степень погрешности при вычислениях не оценена ⇒ **-1 балл**
- в) • Максимум **5 баллов**
- «Среднее гармоническое более чувствительно к разбросу данных» ⇒ **0 баллов**
- Не вполне четкие мысли, отдельные примеры ⇒ **около 3 баллов**
- г) • Максимум **10 баллов**
- «Надо поднимать сильные критерии» ⇒ **2 балла**
- Правильный алгоритм без должного обоснования ⇒ **4 балла**

Задача 5. Поликлиники-фондодержатели

(25 баллов)

В ряде стран (например, в Великобритании с 1993 г., и в нескольких регионах современной России) используется система оплаты услуг здравоохранения, при которой деньги, предназначенные для оплаты стационарной помощи населению, передаются в распоряжение поликлиник, направляющих пациентов в стационар на операции. Иными словами, поликлиника выступает самостоятельным покупателем услуг стационара; если фонд оплаты услуг стационара не будет израсходован полностью, сэкономленные средства поликлиника может потратить по собственному усмотрению, например на повышение оплаты труда врачей поликлиники. Эта система получила название «поликлиника-фондодержатель».

а) (7 баллов) Приведите экономическое объяснение того, как такая система может способствовать улучшению здоровья населения.

б) (6 баллов) На практике независимую экспертизу того, необходимо ли пациенту направление в стационар, провести очень сложно. Какая проблема может возникнуть в работе механизма, описанного вами в **а)**?

в) (12 баллов) Предложите три меры, которые помогут частично решить проблему, описанную вами в пункте **б)**.

Решение

а) У поликлиники возникают финансовые стимулы улучшать качество амбулаторной помощи (расширение профилактики, более качественное ведение хронических больных), так, чтобы не запускать болезни и не доводить до операции. Таким образом, важно наличие двух составляющих:

- Наличие финансового стимула: если мы меньше отправляем в стационар, то мы экономим деньги.
- Наличие стимула улучшения качества амбулаторной помощи: профилактика, качественное ведение хронических заболеваний снижают расходы

Основные ошибки:

- Не ясно, почему возникает экономия
- Денежные средства не выдаются населению на руки: в старой системе они шли от государства к стационарам, в новой от государства к поликлинике, затем от поликлиник к стационарам
- Путаница между поликлиникой (диагностируют заболевание, предлагают лечение на дому) и стационаром (лечат на месте, проводят операции)

б) В ряде случаев операции в любом случае не избежать; в этих случаях у поликлиники возникают *плохие стимулы* — стимулы не направлять пациентов в стационар, даже когда им это необходимо.

Основная ошибка: отправляем больше, чем нужно (экспертиза проверяет, поставили ли мы верный диагноз, а не решает, отправлять или нет, т.е. нет стимулов тратить больше денег).

в) 1) Упрощение проведения независимой медицинской экспертизы (смягчение проблемы асимметрии информации), например, за счет упрощения административных процедур или создания специального органа. В этом случае пациенту или его страховщику будет проще оспорить решение поликлиники о не-направлении в стационар. Сюда относится любой внешний контроль и наказания, связанные с оценкой неоправданности не направления в стационар.

2) Введение оплаты услуг поликлиники на основе показателей качества лечения: например, остаток средств фонда поликлиника может потратить только если достигнут определенный ин-

тегральный уровень качества (например, низкая доля запущенных заболеваний, низкий уровень смертности пациентов на дому, и т. д.)^a. Важно учитывать те показатели, которыми поликлиника не сможет легко манипулировать, не вкладывая в реальное улучшение качества (как было в случае с госпитализациями).

Комментарий: С точки зрения современной микроэкономики, фондодержание — лишь один из возможных стимулирующих «контрактов» между поликлиникой и государством, в котором платеж, получаемый поликлиникой, де-факто привязан к числу пациентов, которым не понадобился стационар. Однако не очевидно, что этот контракт оптимален. В оптимальном контракте платеж поликлиники вполне может быть привязан и к множеству других показателей, которые полнее и с меньшим «шумом» (связанным со случайностями и манипуляциями) отражают качество работы поликлиники.

3) Стимулирование конкуренции между поликлиниками, например за счет отмены обязательного прикрепления к поликлинике по месту жительства.

Примечание: задача основана на статье И. Шеймана «Первый опыт реализации системы «поликлиника-фондодержатель» в журнале «Менеджмент в здравоохранении», № 5 за 2011 г. Статья доступна в свободном доступе в сети Интернет:

<http://cyberleninka.ru/article/n/pervyy-opyt-realizatsii-sistemy-polikliniki>

^aТакая система, учитывающая 27 показателей качества, действует, например, в Калужской области.

Схема оценивания

- а) Если описан один стимул — **4 балла**, оба — **7 баллов**.
- б) За полное объяснение ставилось **6 баллов**, за неполное объяснение — **3 балла**.
- в) Каждый пункт за полное и корректное объяснение возникающих контрстимулов даёт **4 балла**.
 - Если не объяснен механизм работы предложенной меры — ставится 0 баллов.
 - Если предложенные меры, по сути, сводятся к одной, они засчитываются за одну.

Задача 6. Полезные конфеты

(25 баллов)

Кондитерская фабрика небольшого города N-ска собирается запустить в продажу новый вид конфет, которые будут нацелены, прежде всего, на детей младшего школьного возраста. Уникальный состав конфет, по мнению кондитеров, должен способствовать повышению усидчивости детей (а следовательно, и их успехам в учебе). Для проведения исследований перед началом продаж руководство фабрики уже не в первый раз наняло молодого экономиста Васю.

Руководство фабрики решило профинансировать три исследования: **фокус-группу^а**, **эксперимент** и **пробные продажи**, этот набор Вася изменить не может. Руководство также предлагает Васе ряд конкретных рекомендаций по проведению исследований, но им следовать необязательно, то есть, например, Вася может по-другому сформировать группы в пунктах **а)** и **б)**, выбрать другой магазин в пункте **в)** и т. п.

В каждом пункте от вас требуется указать и кратко объяснить достоинства и недостатки предложенных рекомендаций (а не самих типов исследования), а также дать Васе советы по улучшению предложенной методики.

а) (8 баллов) Фокус-группа нужна для выбора дизайна этикетки продукта и его позиционирования на рынке. Предлагается собрать семьи руководства фабрики (у кого есть — с детьми), представить им несколько вариантов дизайна и узнать мнения как по поводу этикетки, так и по поводу того, насколько их может заинтересовать сам продукт. Если будет слишком много желающих поучаствовать, нужно разделить их на несколько групп и потом сравнить результаты.

б) (9 баллов) Эксперимент нужен, чтобы проверить заявление кондитеров о благотворном воздействии конфет на успехи детей в учебе. Для этого предлагается взять два класса детей из разных школ (чтобы не могли друг с другом делиться конфетами) и оценить их изначальные успехи с помощью несложного теста по математике. После этого нужно выдать детям из одной школы запас «особых» конфет, повышающих усидчивость, а детям из другой школы — обычные конфеты. Каждый ребенок в течение недели должен будет съесть по 2–3 конфеты в день. «Особые» конфеты предлагается завернуть в обертку, разработанную на фокус-группе (чтобы заодно узнать впечатления детей), и рассказать детям про то, какие необычные конфеты им предстоит есть. Второй группе обычные конфеты выдаются в стандартной обертке и без комментариев. Через неделю нужно повторить тестирование в таком же формате (но, конечно, с другими задачами). Если во втором тестировании дети из класса с «особыми» конфетами покажут себя лучше, чем дети из класса с обычными конфетами, эксперимент признать успешным, посчитать в процентах разницу в средней успеваемости между группами детей и использовать эту цифру в рекламе.

в) (8 баллов) Пробные продажи предлагается провести в магазине при фабрике, где покупаются в основном сотрудники (фабрика расположена на окраине города и жилых домов рядом нет) и мелкие оптовики (цены в магазине при фабрике ниже). На этом этапе надо понять, какую цену можно установить и какие примерно объемы поставок планировать.

^аФокус-группой называется исследование, в ходе которого несколько человек (в пределах 6–12, иногда даже меньше) обсуждают что-либо с ведущим и между собой. Возможность общения участников друг с другом и не слишком формализованная процедура позволяют глубоко исследовать вопрос, получить обратную связь от потенциальных потребителей и даже сгенерировать новые идеи в процессе обсуждения.

Иван Станкевич

Решение

Для всех трех пунктов требуется указать основные **достоинства** и критические **недостатки**, вынести **рекомендацию** по улучшению.

Вопросы касались **именно организации исследования**, соображения, касающиеся, к примеру, маркетинга, в расчёт не принимаются.

а) Достоинства (примеры):

- большая мотивированность сотрудников фабрики
- меньшие расходы на организацию...

Критический недостаток 1 — **семьи руководства не являются репрезентативной выборкой**, они выбираются неслучайным образом.

Критический недостаток 2 — скорее всего, в этой выборке окажется много людей, не имеющих детей вообще или не имеющих детей младшего школьного возраста и, следовательно, **не являющихся целевой аудиторией**

Рекомендации. **Взять случайные семьи с детьми**. Семьи должны быть из **разных социальных групп**, чтобы обеспечить репрезентативность, и **с детьми младшего школьного возраста**, потому что именно они являются целевой группой.

б) Достоинства (примеры):

- возможность учесть разнородность за счёт разных школ
- контроль динамики за счёт двух тестов...

Критический недостаток 1 — **эффект плацебо**. Отличить эффект плацебо от эффекта конфет при предложенном сценарии исследования невозможно.

Критический недостаток 2 — **неправильная мера успешности**. Разница в средней успеваемости между двумя классами может быть вызвана не конфетами, а общей силой класса, уровнем учителей, особенностями программы и т.д.

Рекомендация: устранение эффекта плацебо.

Рекомендация: другой способ измерения. Надо сравнивать не результаты двух классов (по одному из тестов или в среднем), а приросты успеваемости.

в) Достоинства (примеры):

- экономия на логистике
- более широкий охват за счёт мелких оптовиков...

Критический недостаток 1 — **нерепрезентативность выборки**. Работники фабрики и мелкие оптовики не отражают средних жителей города, следовательно, корректно оценить спрос не получится.

Критический недостаток 2 — **отличия ценообразования** в магазине при фабрике и других магазинах (об этом сказано в условии). Это не позволит правильно спрогнозировать цену.

Рекомендация: **взять случайный магазин** где-нибудь в городе, покупатели в котором будут более репрезентативны.

Схема оценивания

Наличие в работе этих основных достоинств, критических недостатков и рекомендаций **означает полный балл за пункт**. При отсутствии одной из этих частей возможно проставление бонусного балла (**не более одного бонусного балла на один пункт и только при условии неполного балла по обязательной части**) за дополнительные разумные соображения.

В каждом пункте за указание достоинств ставится **1 балл**, каждого критического недостатка — **3 балла**, за корректную рекомендацию — **по 1 баллу** (не более одной в пунктах **а**) и **в**) и не более двух в пункте **б**).